

D I P L O M A R B E I T

Rotationsellipsoide aus Ferriten

Bearbeitet von cand. ing. Wolfgang Höfer  
am Institut für Hochfrequenztechnik  
TH Aachen

Abgegeben im März 1965

Ich versichere, daß ich die vorliegende Arbeit,  
abgesehen von der offiziellen Hilfe durch die  
betreuenden Assistenten, ohne Mithilfe Dritter  
angefertigt habe. Die benutzte Literatur ist  
vollständig angegeben.

Aachen, im März 1965

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, stylized initial 'G' followed by a long horizontal stroke, and a second, more complex signature to its right.

## DIPLOMARBEIT

Kennwort: Rotationsellipsoide aus Ferriten

Thema: Es ist ein Verfahren zu entwickeln, welches es ermöglicht, Rotationsellipsoide aus Ferriten genau und reproduzierbar herzustellen. Mit diesen Ellipsoiden sind Messungen im X-Band durchzuführen.

### Aufgabenstellung:

- 1.) Es sollen Rotationsellipsoide mit den Abmessungen

$$0,5 \text{ mm} \leq b \leq 2 \text{ mm}$$

$$1 \leq \frac{a}{b} \leq 10$$

hergestellt werden. Dazu soll das Prinzip des Schleifens in einem Magnetfeld angewandt werden.

- 2.) Mit einigen Ellipsoiden soll im X-Band die Dämpfung der KITTEL-Resonanz in Abhängigkeit von der Probenform experimentell bestimmt werden.

## Verwendete Formelzeichen

$a$	Gitterkonstante
$b$	Rotationshalbachse von Rotationsellipsoiden
$b$	Transversalhalbachse von Rotationsellipsoiden
$d$	Durchmesser
$f$	Frequenz
$g$	Landé - Faktor
$h$	Höhe
$I$	Stromstärke
$J$	Massenträgheitsmoment
$k$	Wellenzahl
$l$	Länge
$N$	Entmagnetisierungsfaktor
$N$	Entmagnetisierungstensor
$p$	Druck
$U$	Spannung
$V$	Volumen
$x, y, z$	Koordinatenachsen
$\alpha$	phänomenologische Dämpfungszahl
$\gamma_0$	gyromagnetisches Verhältnis des freien Elektrons
$\gamma$	gyromagnetisches Verhältnis
$\Delta H$	Linienbreite
$\epsilon_r$	Dielektrizitätszahl
$\theta$	Winkel zwischen Spinwellenvektor $\mathbf{k}$ und Vornagnetisierung
$\mathbf{k}$	Spinwellenvektor
$\lambda$	Wellenlänge
$\mathbf{M}$	Drehmomentenvektor
$\underline{\chi}$	Suszeptibilitätstensor
$\chi_1; \chi_2$	Elemente des Suszeptibilitätstensors
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_k$	Kreisfrequenz einer Spinwelle mit der Wellenzahl $k$
$\omega_R$	Kreisfrequenz der KITTEL - Resonanz
$\mathbf{m}, \mathbf{y}$	Orts- u. zeitabhängige Vektoren
$H_x, H_y, H_z$	zeitabhängige Vektorkomponenten
$( )^a; ( )^i$	äußere- innere Größe
$( )_0$	Gleichgröße

## 1. Übersicht

Die vorliegende Arbeit besteht aus zwei grundsätzlich verschiedenen Teilen. Im ersten Abschnitt, der sich mit der mechanischen Herstellung von Rotationsellipsoiden aus Ferrit befaßt, wird der Aufbau einer Schleifeinrichtung und ihre Funktion beschrieben. Der zweite Abschnitt enthält eine kurze Theorie der KITTEL-Resonanz und die Ergebnisse einiger Messungen, die mit Ellipsoiden im X-Band durchgeführt wurden.

## 2. Einleitung

Die Berechnung elektromagnetischer Eigenschwingungen in einem Ferritkörper beliebiger Gestalt und Magnetisierung ist praktisch nicht möglich. Nur unter der Annahme, daß das gesamte Volumen von einem homogenen Gleichfeld erfüllt sei, lassen sich bestimmte Lösungen angeben.

Besitzt der Körper ellipsoide Gestalt, so ist bei ursprünglich homogenem Außenfeld auch das innere Feld homogen. Den Feldverlauf innerhalb und außerhalb eines Ellipsoids gibt für diesen Fall Abb. 2.1 an. Abb. 2.1a zeigt die Verzerrung

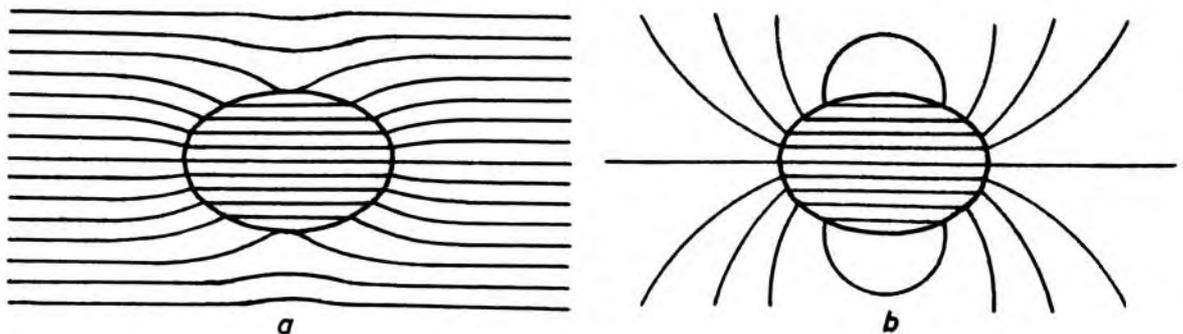


Abb. 2.1 Ellipsoid im homogenen Magnetfeld

des ursprünglich homogenen Feldes durch ein ferromagnetisches Ellipsoid. Das Innenfeld ist homogen. Abb. 2.1b deutet das Dipolfeld an, das - hervorgerufen durch die Magnetisierung des Ellipsoids - den äußeren Feldverlauf stört und mit dem

Quadrat des Abstandes von der Probe abklingt. Da die in dieser Arbeit vorkommenden Probenabmessungen in der Größenordnung von einigen mm liegen, ist die Störung in einer Entfernung von wenigen cm nicht mehr zu messen.

Innere und äußere Feldgrößen sind einfach über die Entmagnetisierungsfaktoren miteinander verknüpft.

$$h^i = h^a - \vec{N}m \quad (2.11)$$

$\vec{N}$  ist der Entmagnetisierungstensor, der als Elemente die Entmagnetisierungsfaktoren enthält. Für den Fall, daß die Hauptachsen des Ellipsoids mit den Koordinatenachsen x,y,z eines rechtshändigen kartesischen Systems zusammenfallen, hat  $\vec{N}$  Diagonalform.

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Legt man die Rotationsachse eines Rotationsellipsoids willkürlich in die z-Richtung, was im Folgenden immer der Fall sein soll, so werden  $N_x$  und  $N_y$  einander gleich und mit  $N_{\perp}$  (transversaler Entmagnetisierungsfaktor) bezeichnet.

Um die bereits von vielen Autoren theoretisch untersuchte KITTEL-Resonanz, auf die in Abschnitt 4 noch näher eingegangen wird, in Ferritellipsoiden messen zu können, entstand erst einmal die Aufgabe, solche Körper herzustellen.

### 3. Die Herstellung von Rotationsellipsoiden aus Ferriten

#### 3.1 Mechanische Eigenschaften der Ferrite

Ferrite sind sehr harte und spröde Substanzen, denn in den gebrannten und gesinterten Kristallen sind die Ionen möglichst dicht gepackt. Daher ist ihre mechanische Bearbeitung recht schwierig. Eine spanabhebende Methode scheidet von vorneherein aus. Entweder müssen die Proben vor dem Sintern bereits ihre entgültige Form erhalten, oder, falls der Werkstoff als Rohling vorliegt, irgendwie geschliffen werden. Das erste Verfahren scheidet für uns von vorneherein aus, denn die Herstellung von Ferrit ist sehr aufwendig, kompliziert und teuer, außerdem treten besonders bei kleinen Körpern im Zuge der Behandlungsvorgänge unkontrollierbare Volumenveränderungen und Formverzerrungen auf. So bleibt das Schleifen die einzige Möglichkeit zur Herstellung von Rotationsellipsoiden aus Ferriten.

#### 3.2 Wirkungsweise der Schleifvorrichtung

Schon seit einigen Jahren sind sogenannte Kugelmühlen in mannigfacher Ausführung bekannt. Ein Schleifverfahren beruht darauf, daß ein Ferritstück - es kann eine beliebige Form haben - in einem Schleifraum kreisförmigen Querschnitts mittels Preßluft herumgewirbelt wird. (Siehe Abb. 3.21) Die Seitenwände der Mühle bestehen aus Pertinax und haben kleine Bohrungen (c), durch die zwar die Preßluft und der Schleifstaub, nicht aber die Probe entweichen können.

Die mit hoher Geschwindigkeit aus der Düse (e) einströmende Preßluft bringt das Ferritstück in schnellen Umlauf. Dabei drückt die Fliehkraft den Körper gegen die mit Schleifpapier (b) ausgelegte Zylinderwand. Er erhält gleichzeitig eine Eigenrotation, die stets um eine freie, stabile Körperachse erfolgen will. Vorzugsweise rotiert jedes Massensystem um die Achse des größten Massenträgheitsmomentes. Von dieser Achse sind alle Masseteilchen im Mittel am weitesten entfernt.

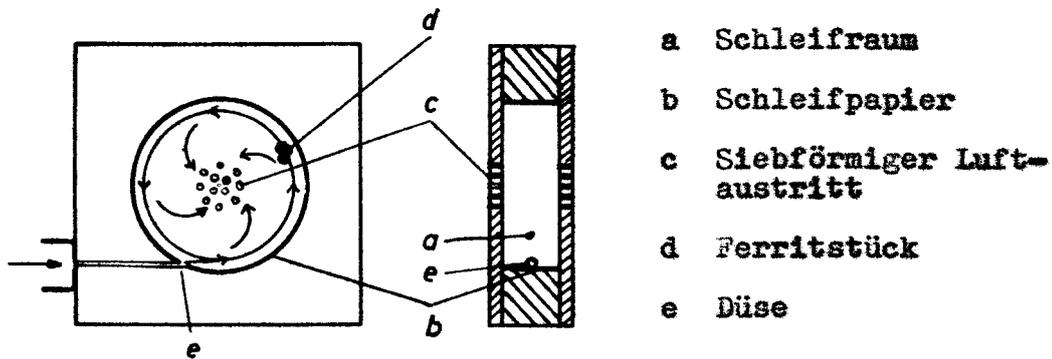


Abb. 3.21 Schema einer Kugelmühle

Abb. 3.22 zeigt einige geometrisch einfache Körper und ihre Achsen des größten Massenträgheitsmomentes. Beim Quader ist diese Achse gleichzeitig Normale der beiden größten Flächen in deren Mittelpunkt. Der schlanke Kreiszyylinder besitzt beliebig viele gleichwertige Achsen, die jedoch alle in der mittleren Ebene parallel zu den beiden Grundflächen liegen. Bei der Kugel schließlich sind alle Achsen, die durch den Mittelpunkt gehen, Achsen des größten Massenträgheitsmomentes.

Stellen wir uns nun vor, daß die oben erwähnte Drehachse parallel zur Schleiffläche liegt, so erkennen wir, daß sich jeder beliebig geformte Körper schließlich zur Kugel abschleifen muß. Der Vorgang verläuft statistisch.

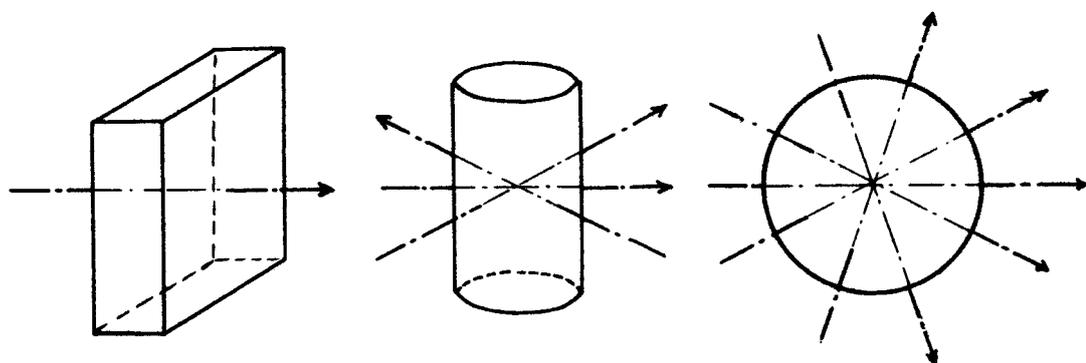
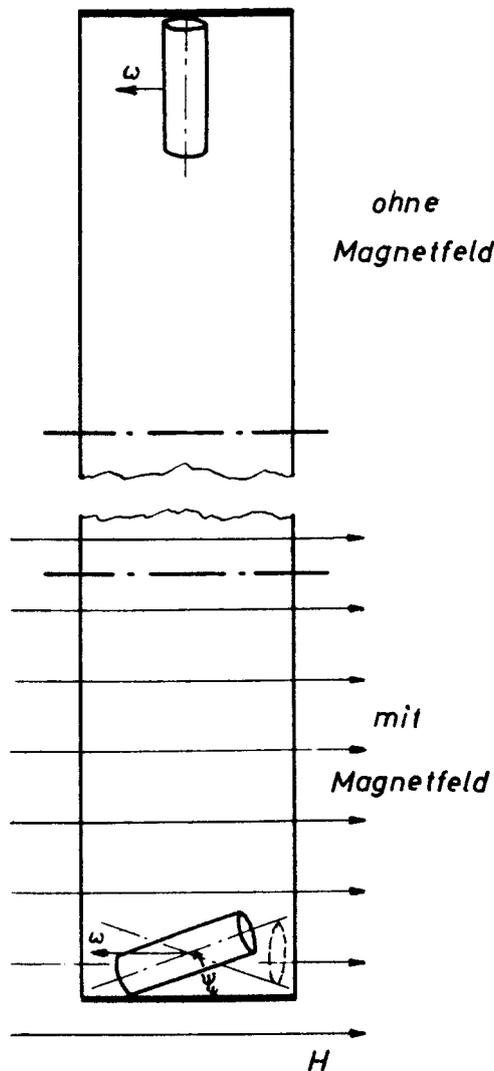


Abb. 3.22 Achsen des größten Massenträgheitsmomentes bei Quader, schlankem Kreiszyylinder und Kugel

### 3.21 Prinzip der Herstellung spindelförmiger Rotationsellipsoide

Die beschriebene Schleifvorrichtung läßt sich nun auch zur Herstellung spindelförmiger Rotationsellipsoide verwenden. Zu diesem Zweck wird die Mühle so zwischen die Polschuhe eines starken Elektromagneten gebracht, daß die Feldlinien den Schleifraum axial durchsetzen.

Betrachten wir nun einmal die Bewegung einer zylinderförmigen



Probe in der Mühle unter Einfluß eines homogenen Magnetfeldes. Abb. 3.23 stellt die - allerdings idealisierten - Bewegungen des Zylinders im feldfreien und im felderfüllten Schleifraum einander gegenüber. Das angelegte Magnetfeld sucht die (geometrische) Zylinderachse aus ihrer ursprünglichen Rotationsebene in seine eigene Richtung zu drehen und wird noch durch die Zentrifugalkraft unterstützt, sobald eine Auslenkung erfolgt ist. Aufgrund der dadurch hervorgerufenen Dralländerung entsteht ein Drehmoment, das nach der LENZ'schen Regel dieser Auslenkung entgegenwirkt. Bei einem bestimmten Auslenkungswinkel  $\psi$  stellt sich

Abb. 3.23 Zylinderförmige Probe im feldfreien und felderfüllten Schleifraum

ein Gleichgewicht zwischen allen Momenten ein. Der Zylinder bewegt sich nun so in der Mühle, daß jeder Punkt seiner geometrischen Achse eine Hypozykloide beschreibt.

Diese taumelnde Rollbewegung ist zwar trotz einiger Schwierigkeiten (z.B. Berechnung des magnetischen Drehmomentes) mathematisch zugänglich, entspricht jedoch nicht dem tatsächlichen Bewegungsablauf, denn die un stetige Reibung an der groben Schleifeinlage, die Turbulenz des Luftstroms und das Anstoßen des Körpers an die Seitenwände wurden bei der obigen Überlegung nicht berücksichtigt. Darüber hinaus ändern sich durch den Abschleiß laufend Form und Größe der Probe und damit auch die auf sie einwirkenden Kräfte. Man kann jedoch von dem idealisierten Bewegungszustand als einer statistischen Mittellage sprechen, die sich bei einem bestimmten Magnetfeld, bestimmter Bahngeschwindigkeit und bestimmten Probenabmessungen einstellt.

Was die idealisierte Betrachtung bereits vermuten läßt, bestätigen die Versuche: Nach genügend langer Schleifzeit entstehen Rotationsellipsoide, deren Abmessungen im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht von denen mathematischer Ellipsoide mit den gleichen Achslängen abweichen.

### 3.22 Prinzip der Herstellung scheibenförmiger Rotationsellipsoide

Die vorhergehenden Ausführungen befassen sich mit der Herstellung von Ellipsoiden, deren Achsverhältnis  $\frac{a}{b}$  größer als 1 ist, die also im Bereich zwischen Kugel und Nadel liegen. Im weiteren Sinne gehören jedoch auch die elliptischen (diskusförmigen) Scheiben zu den Rotationsellipsoiden. Zu ihrer Herstellung ist das oben beschriebene Verfahren nicht geeignet, denn es beruht auf dem Phänomen, daß bei Rotationsellipsoiden mit  $\frac{a}{b} > 1$  die Achse des größten Massenträgheitsmomentes senkrecht auf der geometrischen Rotationsachse steht, die gleichzeitig stabile Achse im homogenen Magnetfeld ist. Bei der Scheibe jedoch fällt die Achse des größten Massenträgheitsmomentes mit der geometrischen Rotationsachse zusammen, während im Magnetfeld die transversale Richtung bevorzugt ist.

Diese Behauptungen sollen kurz begründet werden.

Die Massenträgheitsmomente eines allgemeinen Rotationsellipsoids sind:

$$J_a = \frac{8}{15} \rho \pi a b^4 \quad J_b = \frac{4}{15} \rho \pi a b^2 (a^2 + b^2) \quad (3.21 \text{ a,b})$$

a = Rotationshalbachse       $J_a$  = Massenträgheitsmoment bez. a  
b = Transversalhalbachse     $J_b$  = Massenträgheitsmoment bez. b  
 $\rho$  = spezifische Masse

$$J_a < J_b \quad \frac{8}{15} \rho \pi a b^4 < \frac{4}{15} \rho \pi a b^2 (a^2 + b^2)$$

$$2ab^4 < ab^2(a^2 + b^2)$$

$$2b^2 < a^2 + b^2$$

$$b^2 < a^2$$

$$J_a < J_b \quad \text{für} \quad b < a \quad (\text{Spindelf. Ellipsoid}) \quad (3.22)$$

analog gilt:

$$J_a > J_b \quad \text{für} \quad b > a \quad (\text{Scheibenf. Ellipsoid}) \quad (3.23)$$

Für das scheibenförmige Rotationsellipsoid ist also die Rotationsachse gleichzeitig Achse des größten Massenträgheitsmomentes, beim spindelförmigen Rotationsellipsoid stehen beide Achsen senkrecht aufeinander.

Die Aussagen bezüglich der Vorzugsrichtungen im homogenen Magnetfeld leiten sich aus dem Gesetz her, daß sich jeder Körper im Feld so einstellt, daß er die Lage mit der geringsten potentiellen Energie einnimmt. In dieser Lage wird das Magnetfeld am wenigsten gestört, d.h.  $H^1$  weicht möglichst wenig von  $H^a$  ab. Das ist für Ellipsoide nach Gl.(2.11) dann der Fall, wenn die Achse mit dem geringsten Entmagnetisierungsfaktor in Feldrichtung weist. Für spindelförmige Ellipsoide ist dies die Rotationsachse, für Scheiben die transversale Richtung.

Zur Herstellung diskusförmiger Scheiben wird die in Abb. 3.21 gezeigte Mühle so abgeändert, wie es in Abb. 3.24 dargestellt ist. Der Schleifraum wird durch Pappscheiben verengt, die auf der Innenseite mit Schleifpapier beklebt sind und in der Mitte

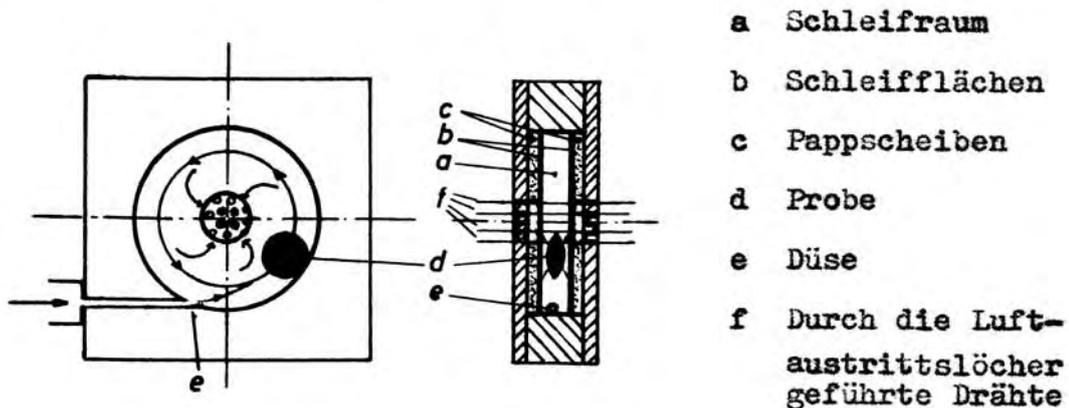


Abb. 3.24 Anordnung zum Schleifen scheibenförmiger Rotationsellipsoide

den Luftaustritt freigeben. Die Schleifeinlage auf der Mantelfläche des Schleifraumes entfällt. Durch die äußeren Siebbohrungen sind dünne Drähte gesteckt, die eine Art Käfig bilden und so die Probe von den Luftaustrittsöffnungen fernhalten, auf denen sie sonst haften bliebe.

Als Ausgangskörper dient eine zylinderförmige Scheibe, deren Durchmesser größer ist als die Breite des Schleifraumes. Sie kann sich also nicht wie in der Kugelmühle frei bewegen, sondern wird gezwungen, auf der Mantelfläche abzurollen. Dabei stößt sie unregelmäßig an die Seitenwände und beginnt aufgrund der dadurch entstehenden Momente zu präzedieren. Diese statistischen Präzessionsbewegungen erfolgen ohne Einfluß eines Magnetfeldes. Nach genügend langer Schleifzeit entsteht eine Scheibe mit elliptischem Querschnitt.

Das Achsverhältnis wird vor allem durch die Größe des Ausgangskörpers, die Breite des Schleifraumes und die Schleifzeit bestimmt. Der Einfluß dieser Größen wird für Scheiben im Folgenden nicht weiter untersucht. Die anschließenden Ausführungen gelten nur für spindelförmige Rotationsellipsoide.

Es sei noch erwähnt, daß die später bei den Messungen im X - Band verwendeten Scheiben in einer verbesserten Mühle geschliffen wurden. Die Luft tritt bei dieser Konstruktion durch vier Tangentialschlitze in der Peripherie ein. Als Luftaustritt dient anstelle des Dratkäfigs ein mit vielen kleinen Bohrungen versehenes Röhrchen. Vor allem aber ist die Breite des Schleifraumes kontinuierlich verstellbar.

### 3.3 Aufbau der gesamten Versuchsanordnung zur Herstellung spindelförmiger Rotationsellipsoide

In den vorangegangenen Abschnitten wurde bereits angedeutet, daß sowohl die Größe als auch die Form eines Ellipsoids von verschiedenen Einflüssen abhängt, die hier noch einmal insgesamt angeführt werden sollen:

- a.) Die Abmessungen der Mühle.
- b.) Die Umlaufgeschwindigkeit des Körpers in der Mühle, die eine Funktion des Luftdruckes bzw. der zeitlichen Durchflußmenge durch die Mühle ist.
- c.) Die Stärke des Magnetfeldes.
- d.) Größe, Form und Material des Ausgangskörpers.
- e.) Die Schleifzeit.

Es ist nun zweckmäßig, jeweils nur eine dieser Größen zu variieren und alle anderen Einflüsse konstant zu halten. Bei den folgenden Versuchen wurde daher nur eine einzige Mühle verwendet, sodaß also Punkt a in jedem Fall konstant blieb. Die Schleifeinlage wurde in regelmäßigen Abständen erneuert; so waren über eine längere Zeitdauer hinweg in etwa gleichbleibende Verhältnisse gewährleistet. Die Konstanthaltung des Magnetfeldes bereitete keinerlei Schwierigkeiten, und eine Regeleinrichtung, die in Abschnitt 3.32 näher beschrieben wird, sorgte bei allen Versuchen für gleichbleibenden Luftdruck an der Mühle. Als Ausgangskörper dienten vorgeschliffene Zylinder aus dem Material R5. Das hatte den Vorteil, daß die Proben schon von vorneherein rotationssymmetrisch waren. Diese Voraussetzung war zwar nicht notwendig, wie einige Experimente zeigten, sie vereinfachte und beschleunigte jedoch die Messungen.

Als einzige Variable im Laufe eines Schleifversuchs blieb also die Zeit. Eine kontinuierliche Beobachtung der Probe war verständlicherweise nicht möglich. Deshalb wurde der Körper nach Ablauf einer Stunde jedesmal aus der Mühle herausgenommen und mittels der in Abschnitt 3.34 beschriebenen Einrichtung ausgemessen.

Im Folgenden sollen nun die einzelnen Elemente des Versuchsaufbaus näher erläutert werden.

### 3.31 Die Ferritmühle

Die in Abschnitt 3.2 beschriebene Mühle ist in dieser Form zwar brauchbar, weist jedoch manche Nachteile auf. Die Schleifeinlage muß an der Düseneinmündung unterbrochen werden, außerdem wird die Probe an dieser Stelle jedesmal stark beschleunigt, was zu einer ungleichmäßigen Abnutzung des Schleifpapiers führt. Deshalb wurde eine Konstruktion verwendet, bei der die Preßluft durch vier Tangentialschlitze eines zentral angebrachten Düsenkopfes in den Schleifraum einströmt. Die Vorteile bestehen vor allem in der besseren Ausnutzung der nun integren Schleiffläche, in gleichmäßigeren Strömungsverhältnissen und höherer möglicher Schleifgeschwindigkeit bei dem gleichen Druck. Die Einzelheiten dieser Konstruktion sind am Schluß der Arbeit beigelegt. Ein prinzipieller Unterschied in der Wirkungsweise beider Mühlen besteht nicht.

### 3.32 Die Regeleinrichtung zur Konstanthaltung des Luftdrucks an der Mühle

Die Mühle wurde an das Preßluftnetz des Instituts angeschlossen. Der Druck dieses Netzes schwankte unregelmäßig zwischen 0,6 und 0,8 atü, sodaß eine Regeleinrichtung nötig war, um die zeitliche Durchflußmenge durch die Mühle konstant zu halten.

Die Wirkungsweise des Reglers soll anhand der Abb. 3.31 erläutert werden, die das Schema der gesamten Schleifanordnung zeigt, während Abb. 3.32 und Abb. 3.33 den wirklichen Versuchsaufbau wiedergeben.



Abb. 3.32  
Versuchsaufbau  
zur Herstellung  
von Rotations-  
ellipsoiden

- 1 Hauptabsperrhahn
- 2 Wasserabscheider
- 3 Regelventil
- 4 Von der Schaltuhr ge-  
steuerter Absperrhahn
- 5 Variable Düse
- 6 Differenzdruckmesser
- 7 Geberkontakte
- 8 Manometer
- 9 Hallsonde
- 10 Ferritmühle
- 11 Elektromagnet
- 12 Erregermaschine für 11
- 13 Magnetfeldmesser
- 14 Galvanometer
- 15/16 Netzgeräte
- 17 Elektronische Steuerung
- 18 Regelmotor
- 19 Regelgetriebe
- 20 Schaltuhr
- 21 Von der Schaltuhr ge-  
steuerter Netzschalter
- 22 Absperrhahn
- 23 Kugelmühle

Abb. 3.33 Differenzdruckmes-  
ser mit Geberkon-  
takten u. Manometer

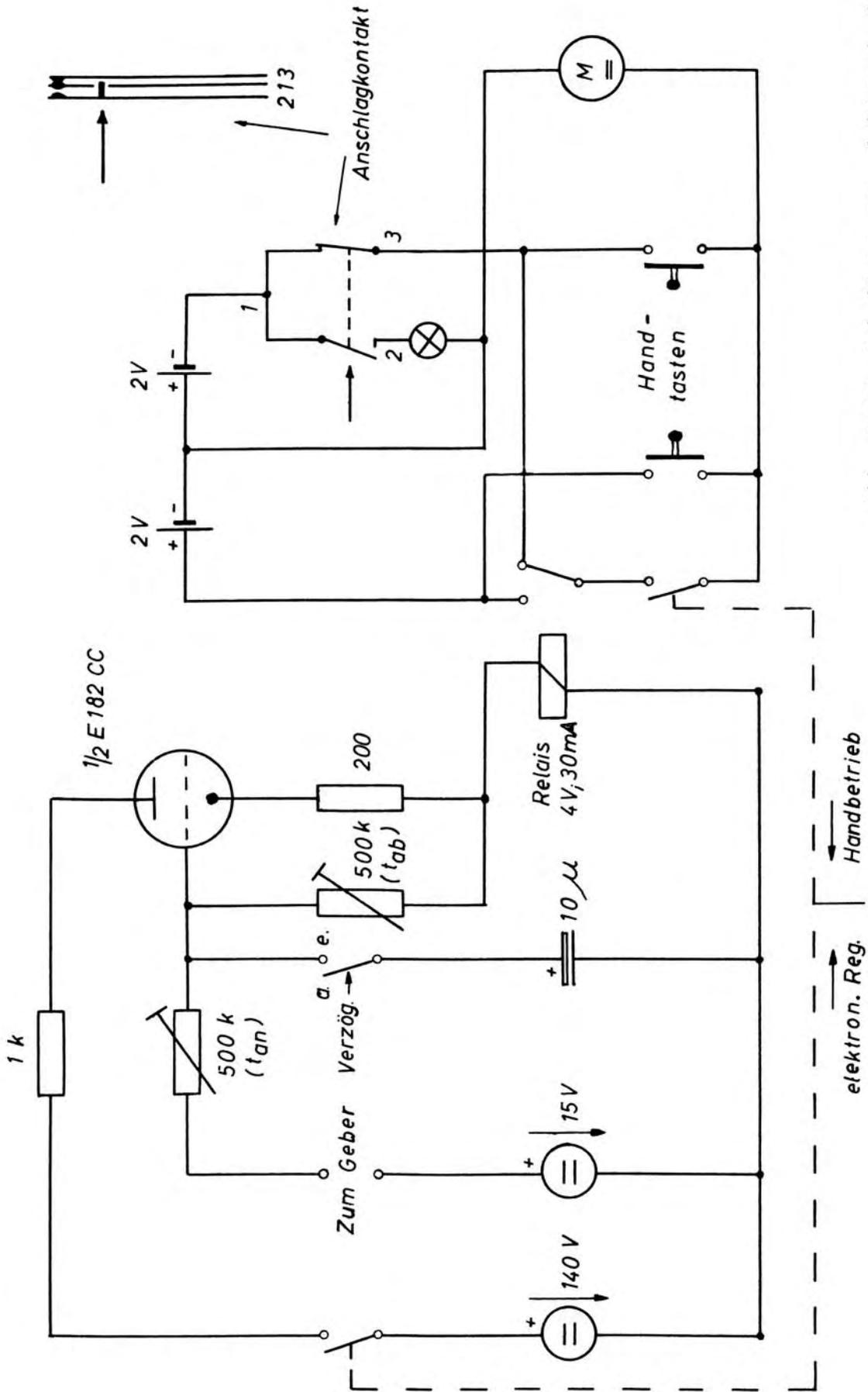


Abb. 3.34 Schaltung zur elektronischen Steuerung des Regelmotors

Die Preßluft gelangt über den Hauptabsperrhahn (1) und einen Wasserabscheider (2) zu dem Regelventil (3), das vom Motor M (18) über ein Getriebe (19) betätigt wird. Die Befehle hierzu gehen vom Meßwertgeber aus. Er besteht aus einer variablen Düse (5), die einen Engpaß im Zuge der Leitung darstellt. An dieser Einschnürungsstelle tritt eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit auf. Dadurch entsteht ein Druckabfall an der Düse. Der Differenzdruck lenkt die Wassersäule in dem beidseitig des Hahns angeschlossenen U-Rohr (6) soweit aus, bis sich Luftdruck und Wasserdruck die Waage halten.

$$\Delta p = \rho \Delta h \quad (3.31)$$

- $\Delta p$  = Druckabfall an der Düse (Differenzdruck)
- $\rho$  = Spezifisches Gewicht des Wassers
- $\Delta h$  = Höhendifferenz der Flüssigkeitsspiegel

Nach [6], Seite 53 ist  $\Delta p$  ein Maß für den Durchfluß durch die Düse. Daraus folgt mit Gl.(3.31), daß bei konstanter Steig-  
höhe im U-Rohr (6) auch der Durchfluß konstant ist.

Das elektrische Analogon zu diesem Meßprinzip zeigt Abb.3.35. Dem Durchfluß entspricht hier der Strom  $I$ , der an dem Widerstand  $R_D$  ( $\hat{=}$  Düsenwiderstand) einen Spannungsabfall  $\Delta U$

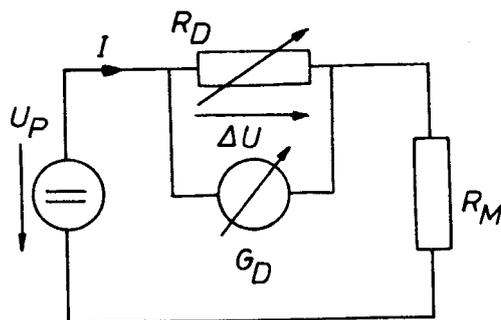


Abb. 3.35 Elektrisches Ersatz-  
bild zur Messung des  
Durchflusses

( $\hat{=}$  Differenzdruck  $\Delta p$ )  
erzeugt. Diesen Spannungs-  
abfall zeigt das Galvanome-  
ter  $G_D$  an. Der Ausschlag ist  
ein Maß für den Strom  $I$ .

Die Empfindlichkeit der An-  
ordnung läßt sich durch Va-  
riation des Düsenquerschnitts  
(analog: des Widerstandes  $R_D$ )  
einstellen. Es ist nur zu  
beachten, daß der Düsenwider-  
stand klein gegenüber dem  
Widerstand der Mühle bleibt,  
damit der Druckverlust an der  
Düse nicht zu hoch wird.

In den einen Schenkel des U-Rohres sind zwei Elektroden (7) eingeschmolzen, die zu der in Abb. 3.34 gezeichneten Schaltung (17) führen. Bei Schaltstellung "elektronische Regelung" steuert das Relais im Katodenkreis der E 182 CC den Motor M (18) und damit auch das Regelventil (3). Im unausgesteuerten Zustand ist das Relais abgefallen, denn der Katodenruhestrom (16 mA) liegt unterhalb des Anzugsstromes. Der Motor öffnet das Regelventil und erhöht damit den Durchfluß. Infolgedessen steigt die Wassersäule im U-Rohr immer höher, bis sie die Kontakte (7) erreicht und überbrückt. (Zur Erhöhung der elektrischen Leitfähigkeit ist das Wasser leicht angesäuert). Dadurch gelangt eine positive Spannung von 15 V an das Gitter der Triode, deren Katodenstrom sofort stark ansteigt. Das Relais zieht an und schaltet die Drehrichtung des Motors um. Dieser dreht das Regelventil zu und drosselt den Luftstrom soweit, bis die Wassersäule die Kontakte freigibt. Dann beginnt das Spiel von neuem.

Dieser Zweipunkt-Regler pendelt zwar dauernd um den eingestellten Durchflußwert hin und her, Schwankungen sind jedoch so minimal, daß sie bei dem Schleifvorgang nicht ins Gewicht fallen. Zur Vermeidung von Regelschwingungen wurde vorsorglich noch eine elektronische Schaltverzögerung (Kondensator 10  $\mu$ F) in die Schaltung 3.34 eingebaut, die sich jedoch nicht als notwendig erwies, da die Oberflächenspannung des Wassers an den Kontakten (7) schon eine Verzögerung bewirkte. Weiterhin wurde eine manuelle Betätigung des Regelventils mittels Handtasten vorgesehen. Ein Anschlagkontakt, der auch in Abb. 3.33 zu erkennen ist, sollte verhindern, daß sich die Einrichtung bei zu starkem Absinken des Drucks totregelte.

Um die Einstellung der Düse (5) reproduzieren zu können, wurde zusätzlich ein Manometer (8) eingebaut. Es besteht aus einem einseitig zugeschmolzenen Glasrohr. Die Wassersäule arbeitet gegen das eingeschlossene Luftvolumen; die Steighöhe  $h_1$  ist ein Maß für den Druck, der sich aus der folgenden Beziehung errechnen läßt:

$$P_0 V_0 = P_1 V_1 \quad (3.32a)$$

daraus folgt:

$$P_1 = P_0 \frac{V_0}{V_1} = P_0 \frac{h_0}{h_0 - h_1} \quad (3.32b)$$

$P_1$  = Absoluter Druck des Preßluftnetzes

$P_0$  = Absoluter Atmosphärendruck

$h_0$  = Länge der Luftsäule für  $P_1 = P_0$

$h_1$  = Angezeigte Steighöhe bei  $P_1$

Der Überdruck an der Mühle ist dann:

$$P_M = P_1 - P_0 = P_0 \frac{h_1}{h_0 - h_1} \quad (3.33)$$

Soll nun die Mühle bei einem ganz bestimmten Überdruck  $P_M$  arbeiten, so wird  $h_1$  mittels der Handtasten über das Regelventil (3) entsprechend eingestellt und die Düse (5) solange variiert, bis die Wassersäule um U-Rohr (6) gerade die Kontakte (7) erreicht. Nach Umschaltung auf "elektronische Regelung" beginnt die Einrichtung in der beschriebenen Weise zu arbeiten und hält den eingestellten Druck konstant.

Der Vollständigkeit halber soll noch erwähnt werden, daß (15) und (16) die Betriebsspannungen für Röhre und Motor liefern. Mittels der Uhr (20) kann über den Hahn (4) und den Schalter (21) die gesamte Anlage abgeschaltet werden. Eine zusätzliche Mühle (23) zum gleichzeitigen Schleifen von Kugeln steht zusätzlich zur Verfügung.

### 3.33 Erzeugung und Messung des Magnetfeldes

Die Ferritmühle (10) \* wurde zwischen die verstellbaren Pol-  
schuhe eines starken Elektromagneten (11) geklemmt. Bei einer  
Luftspaltlänge von etwa 5 cm ( Dicke der Mühle) konnten Gleich-  
felder von einer Stärke bis zu 7,5 kA/cm erzeugt werden. Die  
Erregung des Magneten besorgte ein Gleichstromgenerator (12).

---

\* Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich noch auf  
Abb. 3.31, Abb. 3.32 und Abb. 3.33

Eine Hallsonde (9) erlaubte über einen Magnetfeldmesser (13) und ein Galvanometer (14) die Messung der Feldstärke im Luftspalt.

Das Magnetfeld erwies sich als ausreichend konstant über der Zeit, sodaß keine weitere Nachregelung erforderlich war.

### 3.34 Die Einrichtung zur geometrischen Ausmessung der Proben

Auf Seite 9 wurde schon erwähnt, daß als Ausgangskörper kleine Ferritzylinder dienten. Die Proben waren also in jedem Schleifstadium bereits rotationssymmetrisch, und aus diesem Grund genügte ein Schattenriß zu ihrer geometrischen Ausmessung. Die Anordnung hierzu zeigt Abb. 3.36. Sie besteht aus

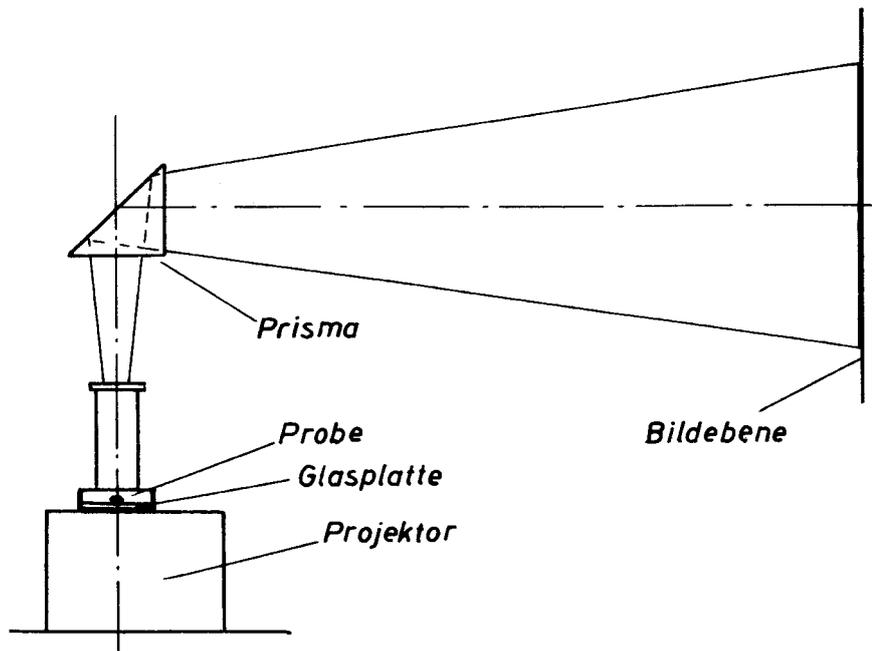


Abb. 3.36 Einrichtung zur geometrischen Ausmessung der Ellipsoide

einem gewöhnlichen Diaprojektor, der anstelle eines Diapositivs ein Glasplättchen enthält und so aufgestellt ist, daß dieses horizontal liegt. Auf das Glasplättchen wird nun die Probe gelegt. Ein Prisma dreht den Strahlengang um  $90^\circ$ , sodaß auf der vertikalen Bildebene ein gut zugänglicher und leicht ausmeßbarer Schattenriß des Objekts erscheint.

Bei einer linearen Vergrößerung von 50 entstanden sehr scharfe Bilder. Mittels einer Nadel wurden die Umriss punktwiese auf Transparentpapier markiert. So war es nicht schwierig die projizierte Kontur bequem auszumessen und mit einer geometrisch exakten Ellipse gleicher Achslängen zu vergleichen.

### 3.4 Experimentelle Untersuchungen und Meßergebnisse

#### 3.41 Die Ausgangskörper

In den folgenden Schleifversuchen wurde der Einfluß der in Abschnitt 3.3 angeführten Größen auf die Abmessungen der Ellipsoide untersucht. Die zylindrischen Ausgangskörper entsprachen in ihren Abmessungen den in etwa zu erwartenden Ellipsoiden und waren bereits von der Werkstatt vorgeschliffen.

Erwartetes Achsverhältnis a/b	Durchmesser d/mm	Länge l/mm
4.....6	1	4
2.....4	2 1,5	4 3
1.....2	2 1,5	2,5 2

Material: R 5

### 3.42 Der zeitliche Ablauf des Schleifvorganges

Im Interesse einer möglichst hohen Schleifgeschwindigkeit bzw. möglichst geringer Schleifzeit wurde bei allen Versuchen mit dem höchsten Druck gearbeitet, der zur Verfügung stand. Das Preßluftnetz schwankte, wie vorher bereits erwähnt, zwischen 0,6 und 0,4 atü, sodaß die Regeleinrichtung einen konstanten Druck von maximal 0,4 atü gewährleistete. Dann wurde willkürlich ein bestimmtes Magnetfeld eingestellt, das für die Dauer eines Versuchs ebenfalls unverändert blieb. Abb. 3.41 zeigt die verschiedenen charakteristischen Phasen während eines Schleifvorgangs. Die stark ausgezogenen Konturen entsprechen den tatsächlichen Ausmaßen der Probe; zum Vergleich sind die geometrisch exakten Ellipsen mit gleichem Achsverhältnis gestrichelt eingezeichnet.

Der Ausgangskörper (1), ein Zylinder 2  $\phi$  x 4 mm, wurde bei einem Druck von 0,4 atü und einem Magnetfeld von  $H = 4$  kA/cm geschliffen. Nach 14 Stunden hatte er die Gestalt (2) erreicht. Die Stirnflächen waren zwar noch eben, die Mantelfläche jedoch näherte sich bereits der elliptischen Form. Vier Stunden später, also nach achtzehnstündiger Schleifzeit, war die Probe fast elliptisch (3) und wies nur an den beiden Enden noch kleine Abweichungen von der idealen Form auf. Im Stadium (4) (nach weiteren 2 Stunden) konnte kein Unterschied zu einer exakten Ellipse mehr festgestellt werden. Das gleiche gilt für Körper (5), der eine Stunde nach Stadium (4) gemessen wurde.

Die Versuche ergaben, daß sich bei konstantem Druck und Magnetfeld kein bestimmtes Achsverhältnis einstellt, sondern sowohl Größe als auch Achsverhältnis mit der Schleifzeit variieren. Abb. 3.42 zeigt für das angeführte Beispiel den Verlauf des Achsverhältnisses über der Zeit, wobei im Vorschleifbereich das  $a/b$  der einbeschriebenen Ellipsen aufgetragen ist. Die Kurve steigt zunächst an, bis der Körper exakt elliptisch ist, um dann sehr schnell abzufallen, weil die Proben in diesem Bereich sehr klein sind und bald aufgerieben werden. Der absolute Abrieb pro Zeiteinheit ist etwa konstant.

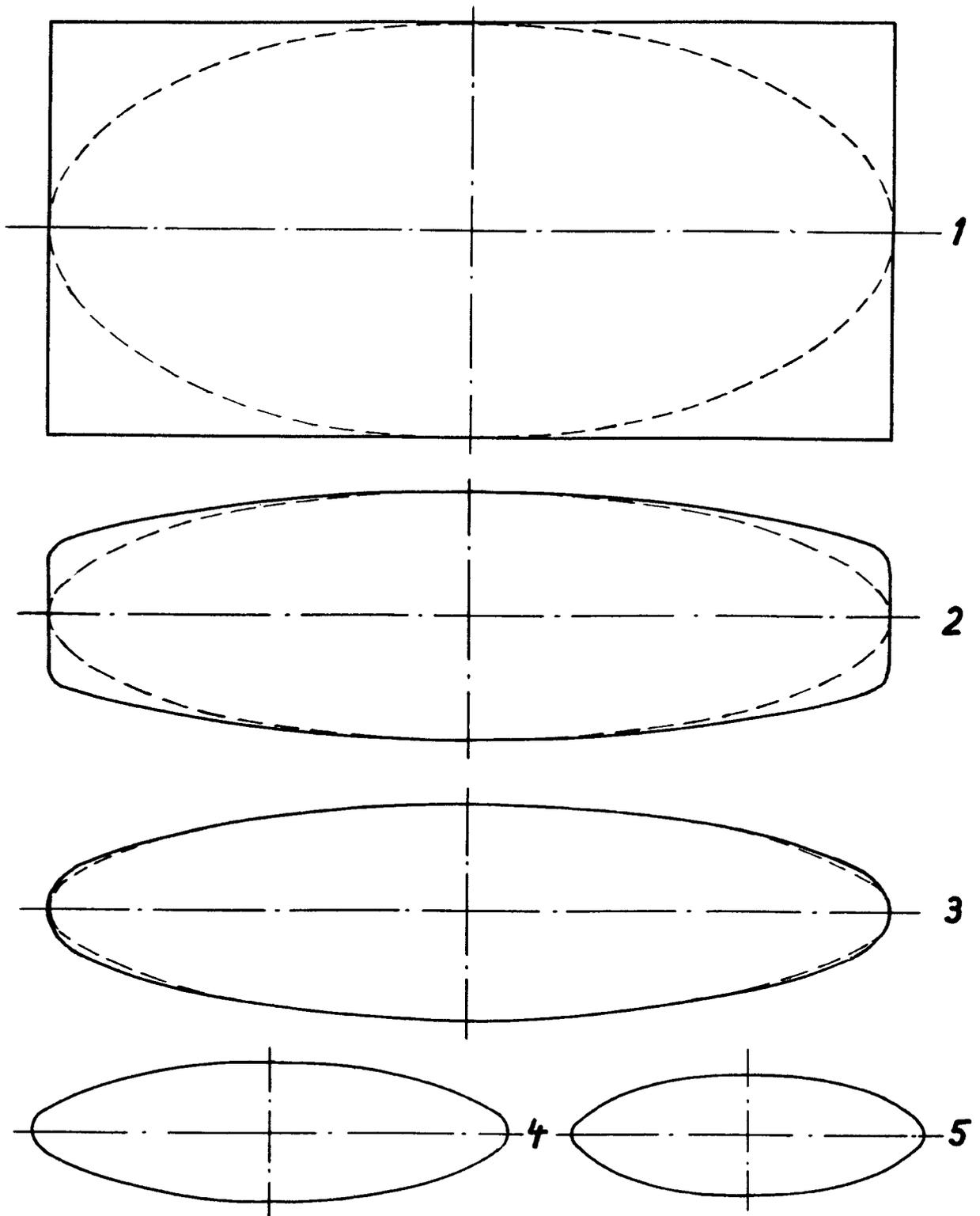


Abb. 3.41 Die charakteristischen Phasen während eines Schleifvorganges Maßstab 37,5 : 1

- 1 Ausgangskörper 2  $\varnothing$  x 4 mm 2 nach 14 Std.  
3 nach 18 Std. 4 nach 20 Std. 5 nach 21 Std.

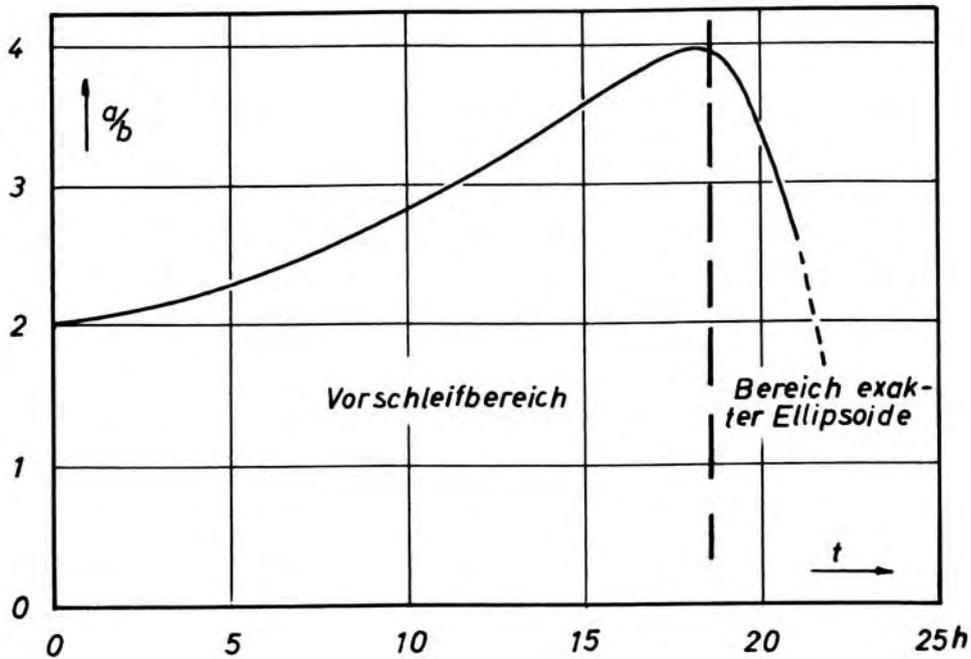
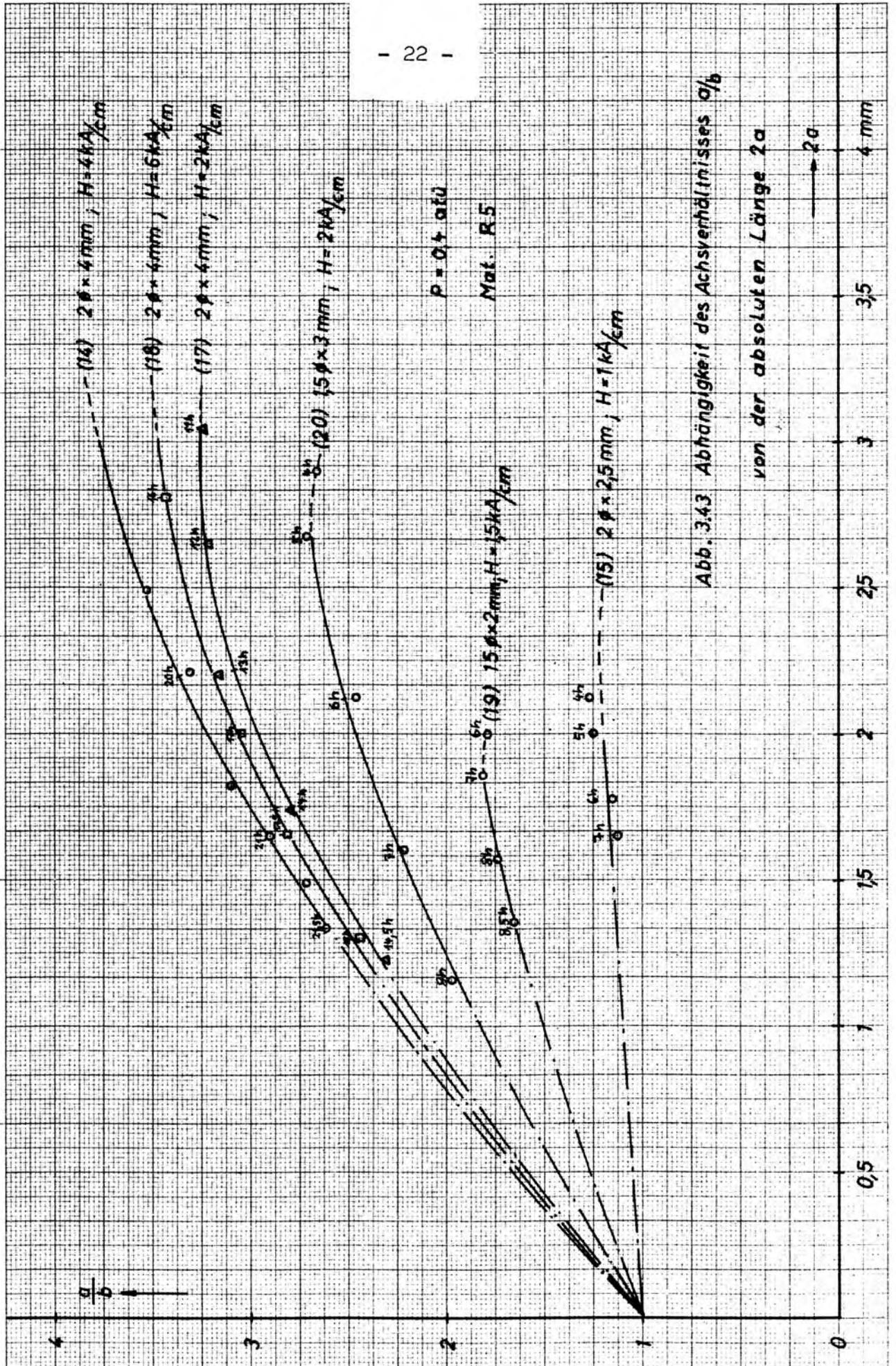


Abb. 3.42 Verlauf des Achsverhältnisses über der Schleifzeit für einen zylindrischen Ausgangskörper bei konstantem Druck und Magnetfeld

### 3.43 Einfluß des Ausgangskörpers und des Magnetfeldes

Der in Abschnitt 3.42 beschriebene zeitliche Ablauf des Schleifvorganges ist für alle durchgeführten Versuche charakteristisch. Da aber die Schleifzeit einerseits von der Rauheit und Abnutzung des Schleifpapiers abhängt, andererseits im Bereich exakter Ellipsoide das Achsverhältnis sehr schnell abnimmt (natürlich auch die absolute Probengröße), erwies es sich als günstiger und eindeutiger, das Achsverhältnis  $a/b$  über der absoluten Länge  $2a$  der Probe aufzutragen und anhand dieser Darstellung den Einfluß des Ausgangskörpers und des Magnetfeldes zu untersuchen. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse zeigt Abb. 3.43. Parameter sind die Maße des Ausgangskörpers, die magnetische Feldstärke und die Schleifzeit.



Es fällt zunächst auf, daß bei allen Proben das Achsverhältnis für kleiner werdende absolute Länge gegen 1 strebt. Mit anderen Worten: Schleift man irgendeinen Körper bei irgendeiner Feldstärke beliebig lange, so erhält man ein Ellipsoid, das einer Kugel beliebig nahe kommt. Dem sind realiter natürlich Grenzen gesetzt, entscheidend ist jedoch die Erkenntnis der Tendenz zur Kugel.

Weiterhin zeigen die Kurven 14, 18 und 17 ( diese Zahlen beziehen sich auf die laufenden Probennummern), daß hauptsächlich die Maße des Ausgangskörpers das Achsverhältnis bestimmen, der Einfluß der Feldstärke dagegen sehr gering ist. Ein Vergleich der Kurven 17 und 20, die für verschiedene Ausgangskörper bei derselben Feldstärke (2 kA/cm) aufgenommen wurden, bestätigt diese Annahme. Dafür, daß die Kurve 18 mit  $H = 6$  kA/cm unterhalb der Kurve 14 mit  $H = 4$  kA/cm verläuft, konnte keine eindeutige Erklärung gefunden werden. Wahrscheinlich handelt es sich dabei um eine Streuung, was den Eindruck von der Geringfügigkeit des magnetischen Einflusses auf das Achsverhältnis bestärkt.

### 3.44 Zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse

Es ist möglich, nach dem beschriebenen Verfahren im Rahmen der Meßgenauigkeit exakte Rotationsellipsoide herzustellen. Eine Untersuchung der verschiedenen Faktoren, die das Achsverhältnis und die Größe der Ellipsoide bestimmen, ergab, daß bei konstantem Druck an der Mühle in erster Linie die Abmessungen des Ausgangskörpers, in zweiter Linie die Stärke des angelegten magnetischen Feldes eine Rolle spielen. Die Möglichkeit einer Reproduktion wurde dadurch gezeigt, daß der gleiche Ausgangskörper selbst bei Variation des Magnetfeldes um den Faktor 3 annähernd gleiche Ergebnisse brachte. Die benötigte Schleifzeit konnte nur größenordnungsmäßig angegeben werden; die Gründe hierfür sind in Abschnitt 3.43 dargelegt. Diese störenden Einflüsse konnten aber dadurch eliminiert werden, daß anstelle des zeitlichen Verlaufs des Achsverhältnisses seine Abhängigkeit von der absoluten Probengröße angegeben wurde.

Anhand der Abb. 3.43 ist es möglich, durch sinngemäße Interpolation der Parameter jedes Ellipsoid in dem dargestellten Bereich in etwa herzustellen.

#### 4 Messungen mit Rotationsellipsoiden im X-Band

##### 4.1 Theoretische Grundlagen

##### 4.11 Die LARMOR-Präzession

Zur Erklärung des Phänomens der LARMOR-Präzession betrachten wir das ideale Kristallgitter eines Ferrosinners. Alle magnetisch wirksamen Elektronenspins sind aufgrund der Kristallstruktur gleichgerichtet, die Magnetisierung  $\mathcal{M}$ , definiert als die Summe der elementaren magnetischen Momente pro Volumeneinheit, ist gleich der Sättigungsmagnetisierung  $M_s$ .

Das magnetische Verhalten des Werkstoffs können wir nun anhand eines Modelles erklären, bei dem nur die magnetisch wirksamen Spins in Form eines kubischen Gitters angeordnet sind. Ohne Einfluß eines äußeren Magnetfeldes werden sie durch das sogenannte Anisotropiefeld  $h_{an}$  in ihrer Vorzugsrichtung (Richtung leichtester Magnetisierbarkeit) festgehalten. Wird nun ein homogenes Magnetfeld  $h^i$  angelegt, das nicht in die Richtung von  $h_{an}$  weist, so wirkt auf jeden Dipol ein Drehmoment.

Lösen wir einmal ein einzelnes Elektron aus dem Verband heraus und betrachten seine Reaktion auf das Drehmoment :

$$n = \gamma_M \times h^i \quad (4.1)$$

$\gamma_M$  = Magnetisches Spinmoment des Elektrons

Da das Elektron wegen seiner endlichen Masse einen mechanischen Drehimpuls, den sogenannten Spin  $\delta_D$  besitzt, der starr mit dem magnetischen Spinmoment gekoppelt ist, verhält es sich wie ein Kreisel und beginnt um die Richtung von  $h^i$  zu präzedieren. Die Bewegungsgleichung läßt sich aus dem Satz herleiten, daß die zeitliche Änderung des Drehimpulses gleich dem einwirkenden Drehmoment ist:

$$\frac{d\delta_D}{dt} = n \quad (4.2)$$

---

\* Ausführliche Kapitel über die Struktur und die magnetischen Eigenschaften der Ferrite siehe [1] bis [4]

Aus Gl. (4.1) folgt:

$$\frac{d\gamma_D}{dt} = \gamma_M \times \mathcal{H}^i \quad (4.3)$$

Die Vektoren  $\gamma_D$  und  $\gamma_M$  sind einander entgegengerichtet. Ihr Quotient wird als gyromagnetisches Verhältnis des freien Elektrons bezeichnet.

$$\frac{\gamma_M}{\gamma_D} = \gamma_0^* \quad (4.4)$$

Führen wir diese Definition in Gl. (4.3) ein, so erhalten wir:

$$\frac{d\gamma_M}{dt} = \gamma_0 (\gamma_M \times \mathcal{H}^i) \quad (4.5)$$

Diese Differentialgleichung gilt für ein einzelnes freies Elektron. Die Elektronen im Kristallgitter beeinflussen sich noch untereinander über die Wechselwirkungskräfte (orbital interactions), sodaß die Bewegungsgleichung für den makroskopischen Magnetisierungsvektor, der die Resultierende aller Elementarmagnetisierungsvektoren ist, anstelle von  $\gamma_0$  den Wert

$$\gamma = \frac{g}{2} \cdot \gamma_0 \quad (4.6)$$

enthält.  $g$  ist der aus der Spektroskopie bekannte Landé-Faktor, eine materialabhängige Größe, die in den anschließenden Messungen bestimmt wird.

Die pauschale Magnetisierung  $\mathcal{M}$  folgt der Gleichung

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \gamma (\mathcal{M} \times \mathcal{H}^i) \quad (4.7)$$

---

\*  $\gamma_0 = -2,21 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{A sec}}$

Sie führt eine sogenannte gleichförmige Präzession aus, deren Frequenz nur von dem angelegten Gleichfeld  $H^1$  abhängt, da alle übrigen Größen konstant sind:

$$\omega_p = -\gamma \cdot |H^1| \quad (4.8)$$

Die Gleichung (4.7) setzt voraus, daß keinerlei Verluste den Mechanismus dämpfen. In realen Ferriten klingt die Präzession jedoch exponentiell mit der Zeit ab. Deshalb wird diese Gleichung durch einen zusätzlichen Dämpfungsterm korrigiert. Hier soll die von GILBERT angegebene Form verwendet werden.

$$\frac{dM}{dt} = \gamma (M \times H^1) + \frac{\alpha}{|M|} (M \times \frac{dM}{dt}) \quad (4.9)$$

$\alpha$  = phänomenologische Dämpfungszahl

Die folgenden Messungen dienen hauptsächlich der Bestimmung von  $\alpha$ , ohne zunächst die Frage zu klären, durch welche Mechanismen die Dämpfung zustande kommt.

#### 4.22 Die KITTEL-Resonanz

Ganz allgemein stellen die gleichförmig präzedierenden Spins ein schwingungsfähiges System dar, dessen Resonanzfrequenz von der im Medium herrschenden Feldstärke abhängt. Diese Feldstärke setzt sich in einem realen Ferritellipsoid aus dem außen angelegten Gleichfeld, dem Entmagnetisierungsfeld sowie einigen anderen zeitunabhängigen Innenfeldern zusammen. Wird nun senkrecht zu dem vormagnetisierenden Gleichfeld ein Wechselfeld angelegt, dessen Frequenz nahe bei der natürlichen Präzessionsfrequenz liegt, so vergrößert sich der Präzessionsöffnungswinkel sehr stark. Das bedeutet eine Absorption von Energie aus dem Wechselfeld, also eine Erhöhung der Suszeptibilität. Die Form der

Resonanzkurve ist von der Dämpfung im Medium abhängig und dient zur Bestimmung von  $\alpha$ .

Die innere Feldstärke  $H^i$ , von der in Abschnitt 4.11 die Rede war, und die allein die Resonanzfrequenz bestimmt, ist meßtechnisch nicht zugänglich. Deshalb erfolgt die Definition der KITTEL-Resonanz über die geometrischen und Materialparameter ( $N$ ,  $\gamma$  und  $M_s$ ) durch die von außen angelegte Gleichfeldstärke.

#### 4.13 Der Suszeptibilitätstensor

Der Zusammenhang zwischen äußeren und inneren Feldgrößen bei einem Ellipsoid wurde bereits in Abschnitt 2 angegeben. Die Beziehung (2.11) gilt nicht nur für Gleichfelder, sondern auch für Wechselfelder, wenn die Probenabmessungen sehr klein gegenüber der inneren Wellenlänge sind.

Wir wollen nun die Differentialgleichung (4.9) für den Fall lösen, daß ein axial bis zur Sättigung vormagnetisiertes Rotationsellipsoid von einem Wechselfeld angesteuert wird. Die Probe liege im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems  $x, y, z$ , die Rotationsachse und auch der Vektor der Gleichfeldstärke weisen in  $z$ -Richtung. Die Amplitude des Wechselfeldes sei sehr viel kleiner als die des Gleichfeldes.

Wir zerlegen nun zuerst die vektorielle Differentialgleichung

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \gamma (\mathcal{M} \times \mathcal{H}^i) + \frac{\alpha}{|\mathcal{M}|} \left( \mathcal{M} \times \frac{d\mathcal{M}}{dt} \right) \quad (4.9)$$

in ihre räumlichen Komponenten

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma (M_y H_z^i - M_z H_y^i) + \frac{\alpha}{|\mathcal{M}|} \left( M_y \frac{dM_z}{dt} - M_z \frac{dM_y}{dt} \right) \quad (4.9a)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma (M_z H_x^i - M_x H_z^i) + \frac{\alpha}{|\mathcal{M}|} \left( M_z \frac{dM_x}{dt} - M_x \frac{dM_z}{dt} \right) \quad (4.9b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma (M_x H_y^i - M_y H_x^i) + \frac{\alpha}{|\mathcal{M}|} \left( M_x \frac{dM_y}{dt} - M_y \frac{dM_x}{dt} \right) \quad (4.9c)$$

Da wir kleine Wechsellaussteuerung vorausgesetzt haben, ist die Differenz zwischen  $M_z$  und der Sättigungsmagnetisierung  $M_s$  eine Größe zweiter Ordnung, sodaß wir im Rahmen einer linearen Theorie

$$M_z = M_s \quad (4.10)$$

setzen können. Folglich ist auch  $\frac{dM_z}{dt}$  eine Größe zweiter Ordnung und wird als solche vernachlässigt. Da die Probe immer gesättigt ist, ist auch  $|m|$  immer der Betrag der Sättigungsmagnetisierung. Ebenso können wir schreiben:

$$H_z^i = H_0^i \quad (4.11)$$

Unter Annahme komplexer Zeitabhängigkeit von der Form  $\exp(j\omega t)$  wird der Differentialoperator  $\frac{d}{dt} = j\omega$ , und wir erhalten mit all diesen Voraussetzungen:

$$j\omega M_x = \gamma (M_y H_0^i - M_s H_y^i) - j\omega\alpha M_y \quad (4.12a)$$

$$j\omega M_y = \gamma (M_s H_x^i - M_x H_0^i) + j\omega\kappa M_x \quad (4.12b)$$

$$0 = \gamma (M_x H_y^i - M_y H_x^i) \quad (4.12c)$$

Gleichung (4.12c) sagt nichts über die Abhängigkeit der Wechselgrößen vom Gleichfeld aus und ist für die weitere Rechnung daher nicht von Interesse. Eine nochmalige Differentiation der Gleichungen (4.12a) und (4.12b) nach der Zeit liefert:

$$-\omega^2 M_x = j\omega\gamma (M_y H_0^i - M_s H_y^i) + \omega^2\alpha M_y \quad (4.13a)$$

$$-\omega^2 M_y = j\omega\gamma (M_s H_x^i - M_x H_0^i) - \omega^2\kappa M_x \quad (4.13b)$$

Setzen wir nun  $M_x$  aus Gl. (4.13a) in Gl. (4.13b) und  $M_y$  aus Gl. (4.13b) in Gl. (4.13a) ein, so ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$M_x = - \frac{\gamma M_s (j\alpha\omega - \gamma H_0^i)}{(j\alpha\omega - \gamma H_0^i)^2 - \omega^2} H_x^i - \frac{j\omega \gamma M_s}{(j\alpha\omega - \gamma H_0^i)^2 - \omega^2} H_y^i \quad (4.14a)$$

$$M_y = \frac{j\omega \gamma M_s}{(j\alpha\omega - \gamma H_0^i)^2 - \omega^2} H_x^i - \frac{\gamma M_s (j\alpha\omega - \gamma H_0^i)}{(j\alpha\omega - \gamma H_0^i)^2 - \omega^2} H_y^i \quad (4.14b)$$

Nun führen wir die Abkürzungen

$$-\gamma \cdot M_s = \omega_M \quad \text{und} \quad -\gamma \cdot H_0^i = \omega_0 \quad (4.15a;b)$$

ein und schreiben

$$M_x = \chi_1^i \cdot H_x^i - j\chi_2^i H_y^i + 0 \cdot H_z^i \quad (4.16a)$$

$$M_y = j\chi_2^i H_x^i + \chi_1^i H_y^i + 0 \cdot H_z^i \quad (4.16b)$$

$$M_z = 0 \cdot H_x^i + 0 \cdot H_y^i + 0 \cdot H_z^i \quad (4.16c)$$

in Form einer Matritzengleichung

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_1^i & -j\chi_2^i & 0 \\ j\chi_2^i & \chi_1^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

oder symbolisch

$$\vec{m} = \overleftrightarrow{\chi}^i \cdot \vec{h}^i \quad (4.18)$$

$\overleftrightarrow{\chi}^i$  ist der innere Suszeptibilitätstensor. Die Elemente des Tensors sind nach (4.14a) und (4.14b) mit (4.15a;b):

$$\chi_1^i = \frac{\omega_M (j\omega\kappa + \omega_0)}{(j\omega\kappa + \omega_0)^2 - \omega^2} \quad (4.19a)$$

$$\chi_2^i = \frac{-\omega_M \omega}{(j\omega\kappa + \omega_0)^2 - \omega^2} \quad (4.19b)$$

In Abschnitt 4.12 wurde bereits erwähnt, daß die Suszeptibilität bei Resonanz maximal wird. Die Resonanzfrequenz läßt sich also aus den Elementen des Suszeptibilitätstensors ermitteln. Nehmen wir an, daß diese von der Dämpfung unabhängig sei, so können wir  $\kappa = 0$  setzen und aus der Bedingung für eine Polstelle von  $\chi_1^i$  und  $\chi_2^i$  bestimmen. Der Nenner der Tensorelemente ist Null für

$$\omega_R = \omega_0 = -\gamma \cdot H^i \quad (4.20)$$

$\omega_R$  ist also die LARMOR-Frequenz  $\omega_p$ , die bereits in Gl. (4.8) angegeben wurde.

Die KITTEL-Resonanz bezieht sich jedoch auf das äußere Feld, und es ist zweckmäßig, analog zu  $\vec{\chi}^i$  einen äußeren Suszeptibilitätstensor  $\vec{\chi}^a$  abzuleiten. Dazu dient Gl. (2.11), aus der folgt:

$$\vec{m} = \vec{\chi}^i : \vec{h}^i = \vec{\chi}^i (\vec{h}^a - \vec{N} \cdot \vec{m}) = \vec{\chi}^a \vec{h}^a \quad (4.21)$$

Die Auflösung dieser Gleichung führt zu einem analogen Ausdruck für  $\vec{\chi}^a$

$$\vec{\chi}^a = \begin{bmatrix} \chi_1^a & -j\chi_2^a & 0 \\ j\chi_2^a & \chi_1^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Die Elemente des äußeren Suszeptibilitätstensors lauten:

$$\chi_1^a = \frac{\omega_M (j\alpha\omega + \omega_0 + N_t \omega_M)}{(j\alpha\omega + \omega_0 + N_t \omega_M)^2 - \omega^2} \quad (4.23a)$$

$$\chi_2^a = \frac{-\omega_M \omega}{(j\alpha\omega + \omega_0 + N_t \omega_M)^2 - \omega^2} \quad (4.23b)$$

Aus diesen Gleichungen läßt sich nun wieder unter der Annahme, daß die Resonanzfrequenz dämpfungsunabhängig sei, für verschwindenden Nenner der Tensorelemente die Formel für die KITTEL-Resonanz bestimmen.

$$\omega_R = \omega_0 + N_t \cdot \omega_M \quad (4.24)$$

Mittels der Ausdrücke

$$\omega_M = -\gamma \cdot M_S \quad \text{und} \quad \omega_0 = -\gamma H_0^i \quad (4.15a;b)$$

ergibt sich:

$$\omega_R = -\gamma (H_0^i + N_t \cdot M_S) \quad (4.25)$$

Das Innenfeld  $H_0^i$  ist mit dem äußeren Gleichfeld  $H_0^a$  über die Beziehung

$$H_0^i = H_0^a - N_z \cdot M_S \quad (4.26)$$

verknüpft, weil die Vormagnetisierung in z-Richtung erfolgt. Setzt man Gl.(4.26) in Gl.(4.25) ein, so erhält man die endgültige Abhängigkeit der KITTEL-Resonanzfrequenz vom Außengleichfeld, der Sättigungsmagnetisierung und von den Entmagnetisierungsfaktoren:

$$\omega_R = -\gamma [H_0^a + (N_t - N_z) M_S] \quad (4.27)$$

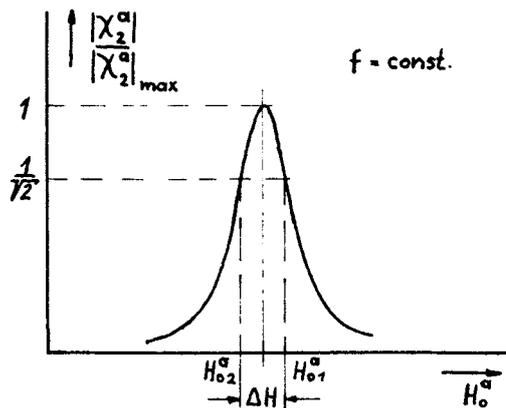
Man kann nun noch die Resonanzbedingung Gl.(4.24) in die Gleichungen (4.23a und b) einsetzen, wodurch die Elemente des äußeren Suszeptibilitätstensors eine etwas einfachere Form erhalten:

$$\chi_1^a = \frac{\omega_M (j\alpha\omega + \omega_R)}{(j\alpha\omega + \omega_R)^2 - \omega^2} \quad (4.28a)$$

$$\chi_2^a = \frac{-\omega_M\omega}{(j\alpha\omega + \omega_R)^2 - \omega^2} \quad (4.28b)$$

4.14 Der Zusammenhang zwischen der phänomenologischen Dämpfungszahl  $\alpha$  und der Linienbreite  $\Delta H$

Das einfachste Kriterium für Resonanz ist ein Maximum von  $\chi_2^a$ . In [5] sind zwei Koppler-Typen beschrieben, mit deren Hilfe sich der Betrag dieses Tensorelementes messen läßt. Dabei ist es meßtechnisch einfacher, die äußere Gleichfeldstärke  $H_0^a$  zu variieren und die Frequenz konstant zu halten als bei konstantem Außenfeld die treibende Frequenz zu verändern.



Der normierte Verlauf von  $|\chi_2^a|$  über dem Außenfeld  $H_0^a$  ist für konstantes  $\omega$  in Abb.4.41 dargestellt. Als Linienbreite  $\Delta H$  definieren wir die Differenz der beiden  $H_0^a$  - Werte, bei denen  $|\chi_2^a|$  auf den  $1/\sqrt{2}$ -fachen Wert seines Maximalbetrages abgefallen ist.

Abb. 4.41 Verlauf von  $|\chi_2^a|$  über dem äußeren Gleichfeld  $H_0^a$

$$\Delta H = H_{01}^a - H_{02}^a = \frac{\omega_{R_1} - \omega_{R_2}}{-\gamma} \quad (4.29)$$

Diesen Wert wollen wir aus Gl. (4.28b) errechnen, indem wir mittels der Bedingung

$$\frac{|\chi_2^a|}{|\chi_2^a|_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|\chi_2^a|^2}{|\chi_2^a|_{\max}^2} = \frac{1}{2} \quad (4.30)$$

die beiden Werte  $\omega_{R_1}$  und  $\omega_{R_2}$  bestimmen.

$$|\chi_2^a|^2 = \frac{\omega_M^2 \omega^2}{[\omega_R^2 - \omega^2(1+\alpha^2)]^2 + 4\alpha^2 \omega^2 \omega_R^2} \quad (4.31a)$$

Unter der Voraussetzung, daß  $\alpha \ll 1$  ist, folgt:

$$|\chi_2^a|^2 = \frac{\omega_M^2 \omega^2}{(\omega_R^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2 \omega_R^2} \quad (4.31b)$$

Die Funktion hat ein Maximum für

$$\omega_R = \omega \quad (4.32)$$

und wir erhalten damit für  $|\chi_2^a|_{\max}^2$

$$|\chi_2^a|_{\max}^2 = \frac{\omega_M^2 \omega^2}{4\alpha^2 \omega^4} \quad (4.33)$$

Nun setzen wir die Gleichungen (4.31b) und (4.33) in Gl. (4.30) ein:

$$\frac{4\alpha^2 \omega^4}{(\omega_{R_{1,2}}^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2 \omega_{R_{1,2}}^2} = \frac{1}{2} \quad (4.34a)$$

Nach  $\omega_{R_{1,2}}$  aufgelöst erhält die Funktion die Form einer quadratischen Gleichung:

$$\omega_{R_{1,2}}^4 + \omega_{R_{1,2}}^2 (-2\omega^2)(1-2\alpha^2) + \omega^4 (1-8\alpha^2) = 0 \quad (4.34b)$$

Führen wir die Substitution

$$\omega_{R_{1,2}}^2 = Z_{1,2} \quad (4.35)$$

ein, so erhalten wir mit der Lösung

$$Z_{1,2} = \omega^2(1-2\alpha^2) \pm \omega^2 \cdot 2\alpha \sqrt{\alpha^2+1} \quad (4.36)$$

unter der Berücksichtigung der Bedingung  $\alpha \ll 1$   
die beiden Ausdrücke

$$\omega_{R_1} = \omega \sqrt{1+2\alpha} \approx \omega(1+\alpha) \quad (4.37a)$$

$$\omega_{R_2} = \omega \sqrt{1-2\alpha} \approx \omega(1-\alpha) \quad (4.37b)$$

und über Gl. (4.29) den Zusammenhang zwischen  
 $\Delta H$  und  $\alpha$  :

$$\Delta H = \frac{2\omega}{-\gamma} \cdot \alpha \quad (4.38)$$

Mittels dieser Beziehung läßt sich die phänomeno-  
logische Dämpfungszahl  $\alpha$  durch Messung der Linien-  
breite  $\Delta H$  bestimmen.

#### 4.15 Spinwellen

Bei allen vorausgegangenen Berechnungen gingen wir von dem Modell der gleichförmig präzedierenden Spins aus. Die Dämpfung wurde rein phänomenologisch betrachtet. Die Spinwellentheorie gibt nun eine physikalische Erklärung für den Verlustmechanismus in Ferriten. Sie besagt, daß der gleichförmigen Präzession Schwingungen höherer Frequenz überlagert sind, die ihre Energie in Form von Wärme an das Kristallgitter abgeben können. Man spricht von einer Entartung der Präzession mit Spinwellen.

Stellt man sich vor, daß einer aus dem Verband der gleichförmig präzedierenden Dipole durch thermodynamische oder statistische Einflüsse aus dem Takt gebracht wird, so breitet sich diese Störung über die Austauschkräfte zwischen den Spins in dem Medium wellenförmig aus.

In [1] Seite 175 ist unter der Annahme, daß sich nur die unmittelbar benachbarten Spins untereinander beeinflussen, ein Zusatzglied zur Gl.(4.7) abgeleitet, das statt der phänomenologischen Dämpfung die Entartung mit Spinwellen berücksichtigt:

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \gamma (\mathcal{M} \times \mathcal{H}^i) + \gamma H_{ex} a^2 \frac{\mathcal{M} \times \nabla^2 \mathcal{M}}{|\mathcal{M}|} \quad (4.39)$$

$H_{ex} = \lambda_M M_s$  ;  $\lambda_M$  = Molekularfeld-Koeffizient  
 $a$  = Gitterkonstante

Die ist eine vektorielle Differentialgleichung, die sich unter Annahme ebener Wellen

$$\mathcal{M} = |\mathcal{M}| e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} ; \quad \mathcal{H}^i = |\mathcal{H}^i| e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (4.40)$$

$\mathbf{k}$  = Wellenvektor mit dem Betrag  $\frac{2\pi}{\lambda}$   
 $\mathbf{r} = x\mathbf{u}_x + y\mathbf{u}_y + z\mathbf{u}_z$

analog zu Gl. (4.9) durch Zerlegung in Komponenten lösen läßt. Dabei wird vorausgesetzt, daß das Medium unendlich ausgedehnt sei, sodaß Randeffekte vernachlässigt werden können.

Die Sättigung durch das vormagnetisierende Gleichfeld erfolge in z - Richtung, die Wechselmagnetisierungsvektoren liegen in der xy-Ebene. Für  $\nabla^2 \mathcal{M}$  erhält man aus Gl. (4.40) den Ausdruck  $-\mathbf{k}^2 \mathcal{M}$ . Die x- und y - Komponenten der Wechselmagnetisierung lauten dann:

$$j\omega M_x = (\omega_0 + \omega_{ex} a^2 \mathbf{k}^2) M_y - \gamma \cdot M_s \cdot H_y \quad (4.41a)$$

$$j\omega M_y = -(\omega_0 + \omega_{ex} a^2 \mathbf{k}^2) M_x + \gamma M_s H_x \quad (4.41b)$$

Kombinieren wir diese beiden Gleichungen nun so, daß wir  $M_x$  und  $M_y$  jeweils als Funktion von  $H_x$  u.  $H_y$  erhalten, so können wir wieder einen Suszeptibilitätstensor angeben mit den Elementen:

$$\chi_1 = \frac{\omega_M (\omega_0 + \omega_{ex} a^2 k^2)}{(\omega_0 + \omega_{ex} a^2 k^2)^2 - \omega^2} \quad (4.42a)$$

$$\chi_2 = \frac{-\omega_M \omega}{(\omega_0 + \omega_{ex} a^2 k^2)^2 - \omega^2} \quad (4.42b)$$

mit  $\omega_M = -\gamma M_s$  ;  $\omega_{ex} = -\gamma H_{ex}$  ;  $\omega_0 = -\gamma \cdot H_0^i$  (4.43a,b,c)

Diese Tensorelemente haben die gleiche Form wie die Ausdrücke (4.19a;b), nur tritt anstelle des imaginären Dämpfungsterms hier der Austauschterm. Für den Resonanzfall, also eine Polstelle von  $\chi_1$  und  $\chi_2$ , erhalten wir die sogenannte Dispersionsgleichung einer in z- Richtung fortschreitenden Spinwelle:

$$\omega_k = \omega_0 + \omega_{ex} (a k)^2 \quad (4.44)$$

Diese Formel zeigt anschaulich, daß die Spinwellenfrequenz  $\omega_k$  sich aus der natürlichen Präzessionsfrequenz  $\omega_0$  und einer zusätzlichen, vom Austauschfeld  $H_{ex}$ , der Gitterkonstanten  $a$  und dem Wellenvektor  $k$  abhängigen Frequenz zusammensetzt.

Die Dispersionsgleichung für eine in z- Richtung fortschreitende Spinwelle ist recht einfach. Für den Fall, daß die Ausbreitungsrichtung mit der z- Achse, also der Richtung der Vormagnetisierung, einen Winkel  $\Theta$  einschließt, erhält die Gleichung einen additiven Term mit  $\sin^2 \Theta$ . Die allgemeine Dispersionsgleichung für Spinwellen lautet nach CLOGSTON, SUHL, WALKER und ANDERSON:

$$\omega_k = \left\{ [\omega_0 + \omega_{ex} (a k)^2] [\omega_0 + \omega_{ex} (a k)^2 + \omega_M \sin^2 \Theta] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.45)$$



In Abb. 4.51 ist  $\omega_k$  als Funktion von  $k$  dargestellt. Die beiden Kurvenäste entsprechen den Grenzfällen  $\Theta = 0^\circ$  und  $\Theta = 90^\circ$ . Der Spinwellenbereich liegt zwischen beiden Kurven. Bei einer Arbeitsfeldstärke von  $H_0^i \approx 10^3$  A/cm ist der Einfluß des quadratischen Austauschterms erst von  $k > 10^4$  cm<sup>-1</sup> ab spürbar.

Man erkennt deutlich, daß die Spinwellen bei einer einzigen Frequenz  $\omega_{k,1}$  für verschiedene Ausbreitungsrichtungen ( $\hat{z} \Theta$ ) verschiedene Wellenlängen haben. Die kleinste Wellenlänge besitzt immer die in z- Richtung ( $\Theta = 0$ ) fortschreitende Spinwelle. Für  $\omega_k$  ist  $\lambda_{\min} = \frac{2\pi}{k_1}$ . Für steigende Wellenzahlen wird die Länge der Spinwellen immer richtungsunabhängiger, was durch die Verengung des Spinwellenbereichs für große  $k$  zum Ausdruck kommt. Für  $k = 0$  geht  $\omega_k$  bei achsial vormagnetisierten Rotationsellipsoiden in die KITTEL-Resonanzfrequenz über, denn in diesem Fall entfällt der Austauschterm.

$$\omega_k \Big|_{k=0} = \omega_R = -\gamma (H_0^i + N_t \cdot M_s) \quad (4.47)$$

Wir können also auf der  $\omega_k$ -Achse die Lage der einzelnen Ellipsoidformen für konstantes  $H_0^i$  markieren. Der eine Grenzfall, die unendlich dünne Scheibe mit dem transversalen Entmagnetisierungsfaktor  $N_t = 0$  liegt an der unteren Grenze des Spinwellenbereichs. Die KITTEL-Resonanz ist nicht mit Spinwellen entartet. Die Nadel mit  $N_t = \frac{1}{2}$  stellt den anderen Extremfall dar. In ihr ist die KITTEL-Resonanz nur mit Spinwellen hoher Wellenzahl entartet, deren Wellenlänge nicht sehr stark richtungsabhängig ist.

Um ein eindeutiges Maß für die Richtungsabhängigkeit der Spinwellenlänge als Funktion der Probenform und der KITTEL-Resonanzfrequenz zu erhalten, definieren wir das auf  $k = 0$  extrapolierte  $\sin^2 \Theta$ . Dazu formen wir Gl.(4.46) etwas um und setzen  $k = 0$ :

$$\omega_k|_{k=0} = [(-\gamma \cdot H_0^i)(-\gamma H_0^i - \gamma M_s \sin^2 \Theta|_{k=0})]^{1/2} \quad (4.48)$$

Wegen der Vormagnetisierung in z-Richtung gilt:

$$-\gamma \cdot H_0^i = -\gamma (H_0^a - N_z M_s) = -\gamma \underbrace{[H_0^a + (N_t - N_z)] M_s + \gamma N_t M_s}_{\omega_R} \quad (4.49)$$

Nach Gl.(4.47) ist jedoch  $\omega_k|_{k=0} = \omega_R$  und wir erhalten die normierte Dispersionsgleichung, extrapoliert auf  $k = 0$ :

$$\Omega = [(\Omega - N_t)(\Omega - N_t + \sin^2 \Theta|_{k=0})]^{1/2} \quad (4.50)$$

mit  $\Omega = \frac{\omega_R}{\omega_M} = \frac{f_R}{f_M}$  ;  $\omega_M = -\gamma M_s$

Für  $\sin^2 \Theta|_{k=0}$  ergibt sich daraus:

$$\sin^2 \Theta|_{k=0} = N_t \frac{2\Omega - N_t}{\Omega - N_t} \quad (4.51)$$

$$\Omega = \frac{\omega_R}{\omega_M} = \frac{f_R}{f_M}$$

## 4.2 Experimentelle Untersuchungen

### 4.21 Der Meßaufbau

Die Messungen im X-Band wurden mit dem in [5] beschriebenen STINSON - Lochkoppler durchgeführt. Im Prinzip besteht er aus zwei sich kreuzenden Rechteckhohlleitern, die über die zu messende Probe elektrisch miteinander gekoppelt werden. Der Koppelfaktor ist ein Maß für den Betrag des Tensorelementes  $\chi_2^a$ . Ein 3 db-Abfall des Koppelfaktors entspricht dem Absinken von auf das  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache seines Maximalwertes. Es läßt sich also durch Messung der übergekoppelten HF-Leistung sowohl die Resonanzfeldstärke als auch die Linienbreite  $\Delta H$

bestimmen.

Abb. 4.21 zeigt das Blockschaltbild der gesamten Meßanordnung. Die im Karzinotronverstärker (4) verstärkte HF - Leistung des Generators (1) gelangt über das variable Dämpfungsglied (6) auf den Koppler (8). Bei maximaler Feldstärke  $H_0^a$ , die sicher weit von der Resonanzfeldstärke entfernt ist, wird der Koppler mittels der

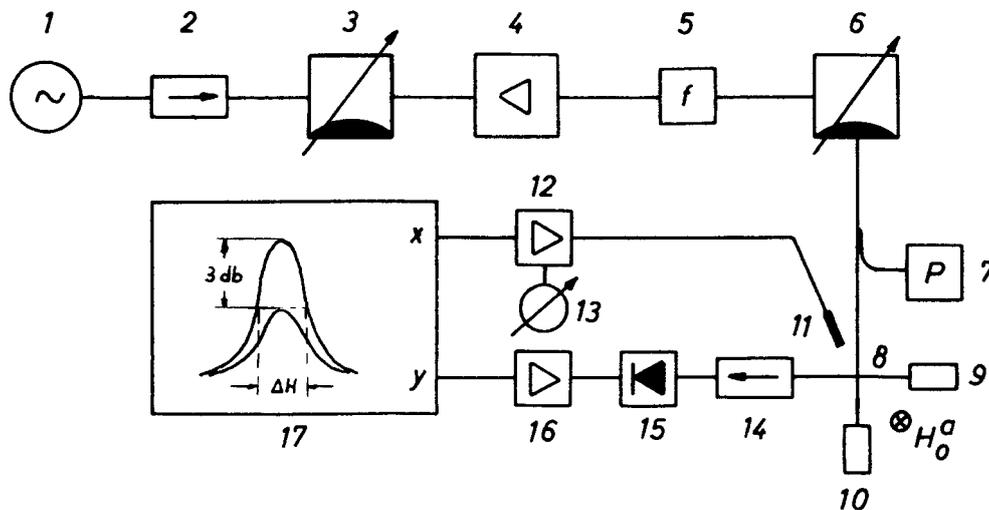


Abb. 4.21 Blockschaltbild der gesamten Meßanordnung

1 Generator, 2 Richtungsleiter, 3 variables Dämpfungsglied, 4 Karzinotron- Verstärker, 5 Frequenzmesser, 6 variables Dämpfungsglied, 7 Leistungsmesser, 8 Koppler, 9; 10 Kurzschlußschieber, 11 Hallsonde, 12 Magnetfeldmesser, 13 Galvanometer, 14 Richtungsleiter, 15 Diodenkopf, 16 Gleichspannungsverstärker, 17 Koordinatenschreiber

Kurzschlußschieber(9) und (10) abgeglichen. Nun wird  $H_0^a$  variiert. Dabei bleibt die Frequenz des Generators natürlich konstant. Im Bereich der Resonanzfeldstärke steigt die übergekoppelte Leistung an und der Koordinatenschreiber zeichnet deren Verlauf gemäß  $|\chi_2|^2$  über dem Magnetfeld  $H_0^a$  auf. Danach wird am geeichten Dämpfungsglied (6) eine zusätzliche

Dämpfung von 3 db eingestellt und die Resonanzkurve zum zweitenmal geschrieben. Die Breite der ersten Resonanzkurve in Höhe des Maximums der zweiten entspricht der Linienbreite  $\Delta H$ . Die Eichung der x-Koordinate kann mittels des Galvanometers (13) erfolgen.

#### 4.22 Die Montage der Proben im Koppler

Um möglichst exakte Messungen machen zu können, mußten die Proben im Koppler so montiert werden, daß

- 1.) die Vormagnetisierung genau axial erfolgte
- 2.) die Halterung den Feldverlauf im Koppler nicht merklich verzerrte.

Diese beiden Forderungen erfüllte für die spindelförmigen Proben eine Anordnung, wie sie in Abb. 4.22a dargestellt ist

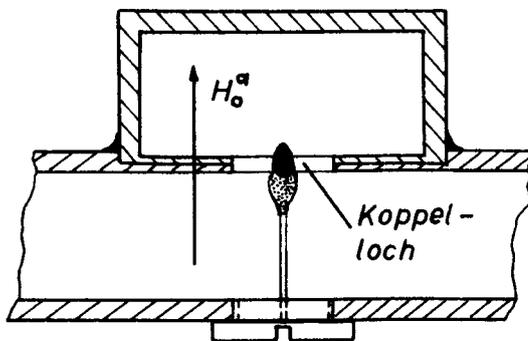


Abb. 4.22a Anordnung der Probe im Koppler

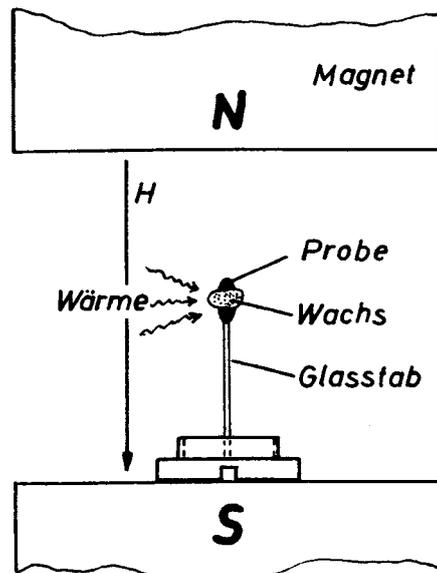


Abb. 4.22b Montage und Ausrichtung der Probe im Magnetfeld

Der herausschraubbare Einsatz gegenüber dem Koppelloch, der innen genau mit der Hohlleiterwand abschließt, trägt einen dünnen Glasstab passender Länge. Die Montage des Ellipsoids

erfolgt zwischen den Polschuhen eines starken Magneten außerhalb des Kopplers (Abb. 4.22b). Die Probe wird mit einem Tropfen Wachs versehen und auf den Glasstab gesetzt. Durch die Strahlungswärme eines Lötkolbens erhitzt man das Wachs vorsichtig, bis es die Berührungsstelle umschließt. Nach dem Erkalten des Wachstropfens kann das exakt ausgerichtete Ellipsoid in den Koppler eingeschraubt werden.

Die Scheiben wurden mittels Benzol auf einen Schaumstoffstreifen ( $\epsilon_r \approx 1$ ) aufgeklebt, der genau in den Hohlleiter paßte und soweit in in den Koppler hineingeschoben wurde, bis sich die Probe genau in Höhe des Koppelloches befand.

#### 4.23 Meßergebnisse

Die Messungen im X- Band wurden mit fünf verschiedenen Ellipsoiden aus dem Material YIG durchgeführt, deren Daten hier zunächst angeführt seien:

Probe Nr.2	Spindelförmiges Ellipsoid	YIG
	$2a = 2,3 \text{ mm}$	
	$2b = 0,588 \text{ mm}$	$N_t = 0,461$
	$a/b = 3,91$	$N_z = 0,078$
Probe Nr.3	Spindelförmiges Ellipsoid	YIG
	$2a = 2,277 \text{ mm}$	
	$2b = 0,772 \text{ mm}$	$N_t = 0,445$
	$a/b = 2,95$	$N_z = 0,11$
Kugel	$1,01 \text{ mm } \phi ; a/b = 1 ; N_t = N_z = 0,3$	YIG
Probe Nr. 5	Kugelähnliche Scheibe	YIG
	$a/b = 0,856$	$N_t = 0,313$
		$N_z = 0,374$
Probe Nr. 4	Flache Scheibe	YIG
	$2a = 1,43 \text{ mm}$	
	$2b = 3,87 \text{ mm}$	$N_t = 0,195$
	$a/b = 0,37$	$N_z = 0,61$

Für jede Probe wurden bei sechs diskreten Frequenzen die Resonanzfeldstärke  $H_{OR}^a$  und die Linienbreite  $\Delta H$  gemessen. Die Meßergebnisse sind in den Diagrammen Abb. 4.23 bis 4.26 dargestellt.

#### 4.24 Auswertung der Messergebnisse und Diskussion

Im Abschnitt 4.13 wurde über den äußeren Suszeptibilitätstensor die Gleichung der KITTEL-Resonanz (Gl.4.27) abgeleitet. Die Meßergebnisse liefern nur dann ein frequenzunabhängiges  $\gamma$ , wenn man in diese Formel nach OKAMURA ein zusätzliches Feld  $H_z$  einführt, das eine Funktion der Kristallanisotropie, der Porosität des Materials und der Probenform ist.

$$\omega_R = -\gamma [H_0^a + (N_t - N_z)M_s + H_z] \quad (4.52)$$

Der Verlauf der Resonanzfeldstärke  $H_0^a$  über der Frequenz bei KITTEL-Resonanz ist in Abb. 4.23 dargestellt. Der Anstieg der Geraden ist für alle Proben gleich und entspricht dem Wert  $-\gamma$ .

Aus dem Diagramm entnehmen wir:

$$\gamma = -2,19 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{Å sec}} \quad \text{für YIG} \quad (4.53)$$

Den Landé - Faktor erhalten wir aus Gl.(4.6) zu

$$g = 1,98 \quad \text{für YIG} \quad (4.54)$$

Durch Extrapolation auf  $f = 0$  läßt sich das Zusatzfeld  $H_z$  bestimmen:

$$H_z = - [H_0^a]_{f=0} + (N_t - N_z) M_s \quad (4.55)$$

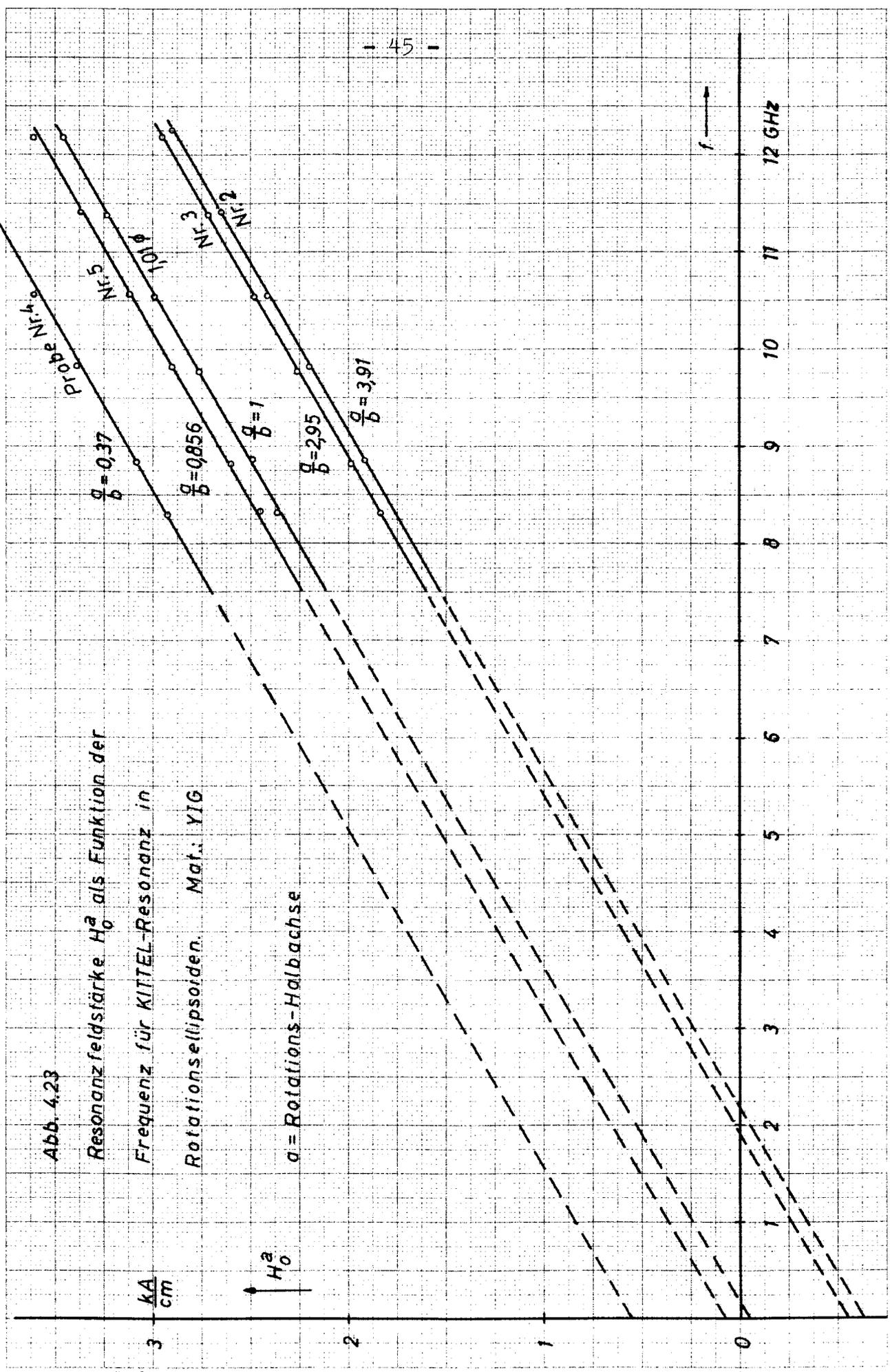


Abb. 4.24

Linienbreite als Funktion des transversalen Entmagnetisierungsfaktors  $N_t$  für KITTEL-Resonanz in Rotationsellipsoiden. Mat.: YIG

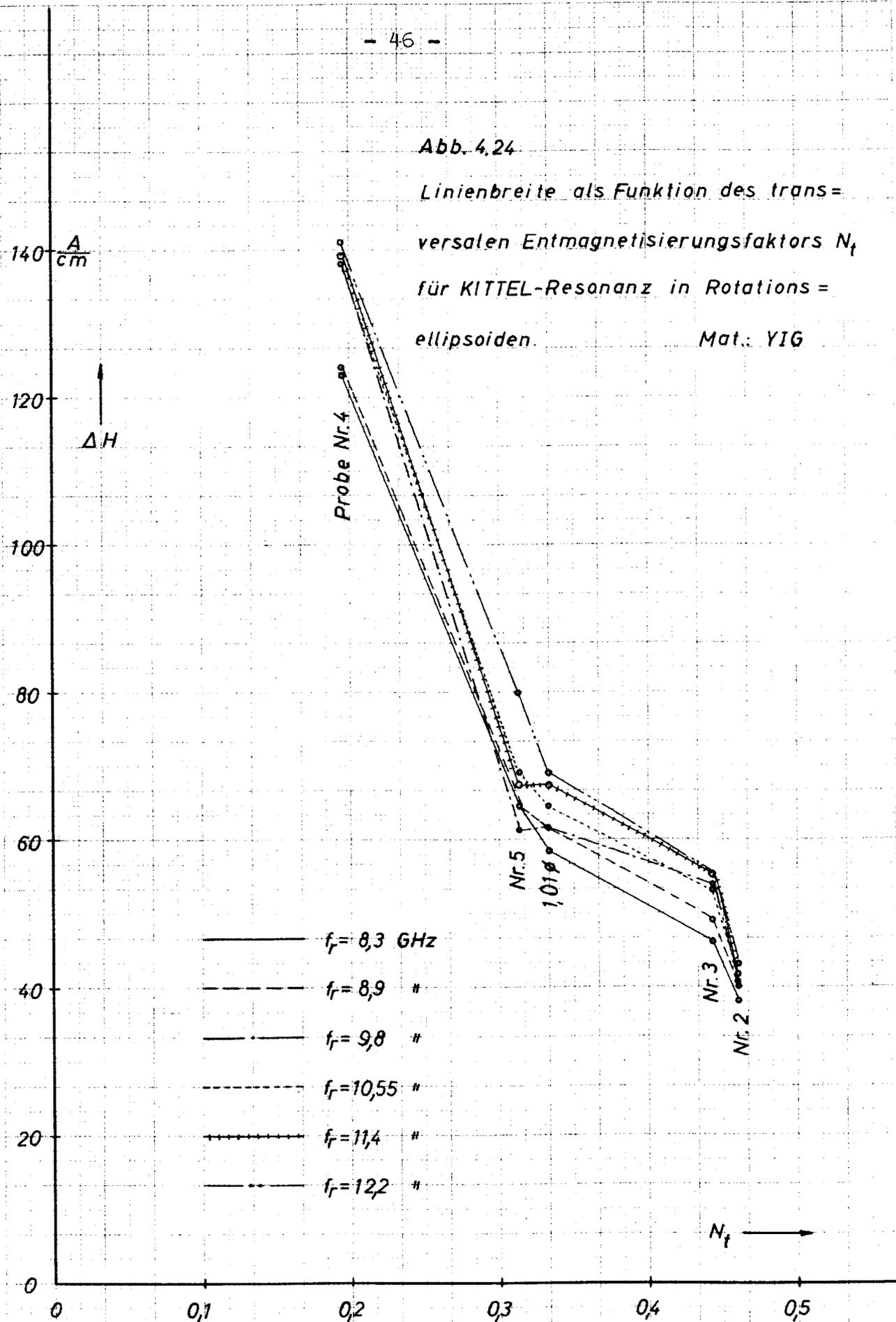
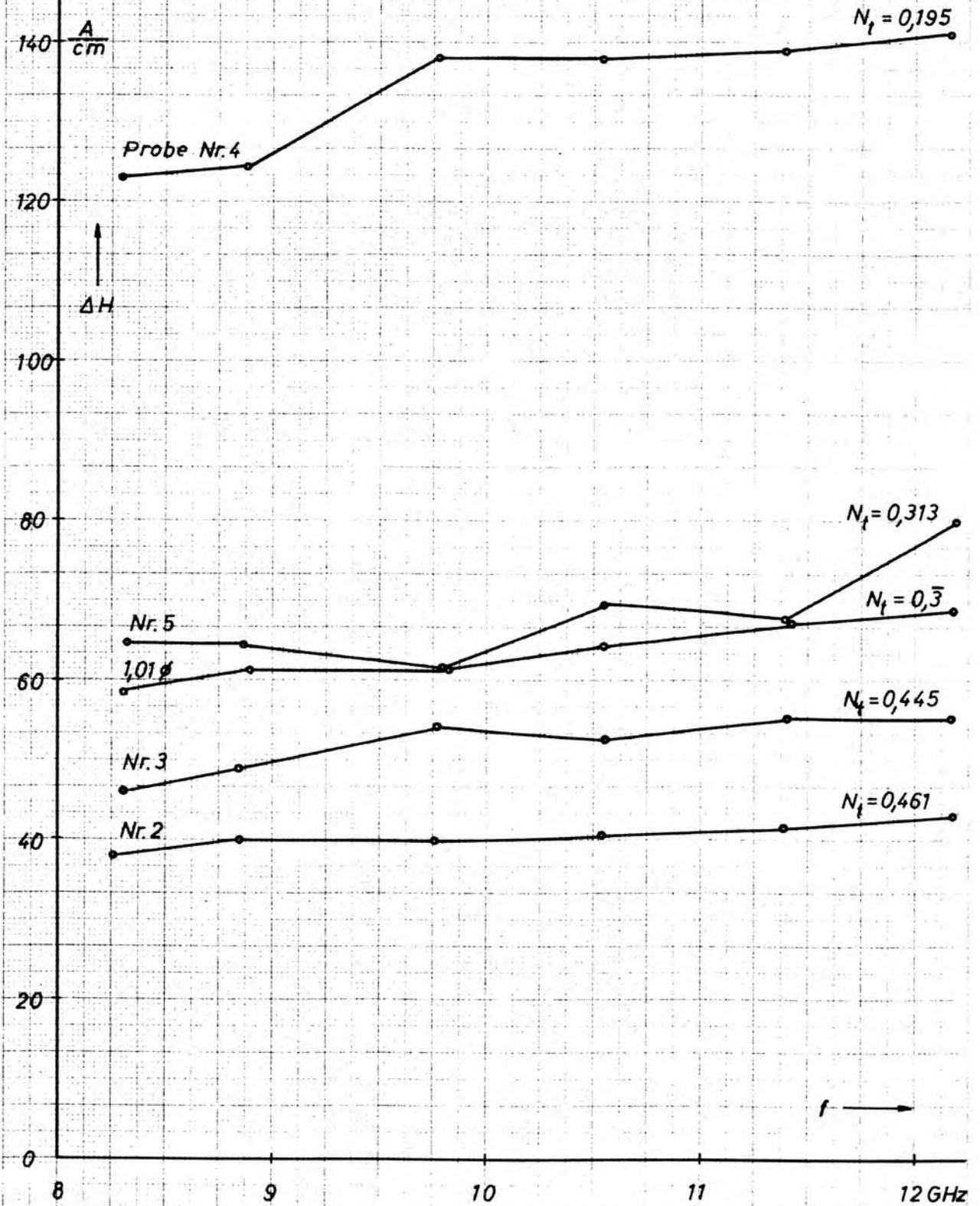
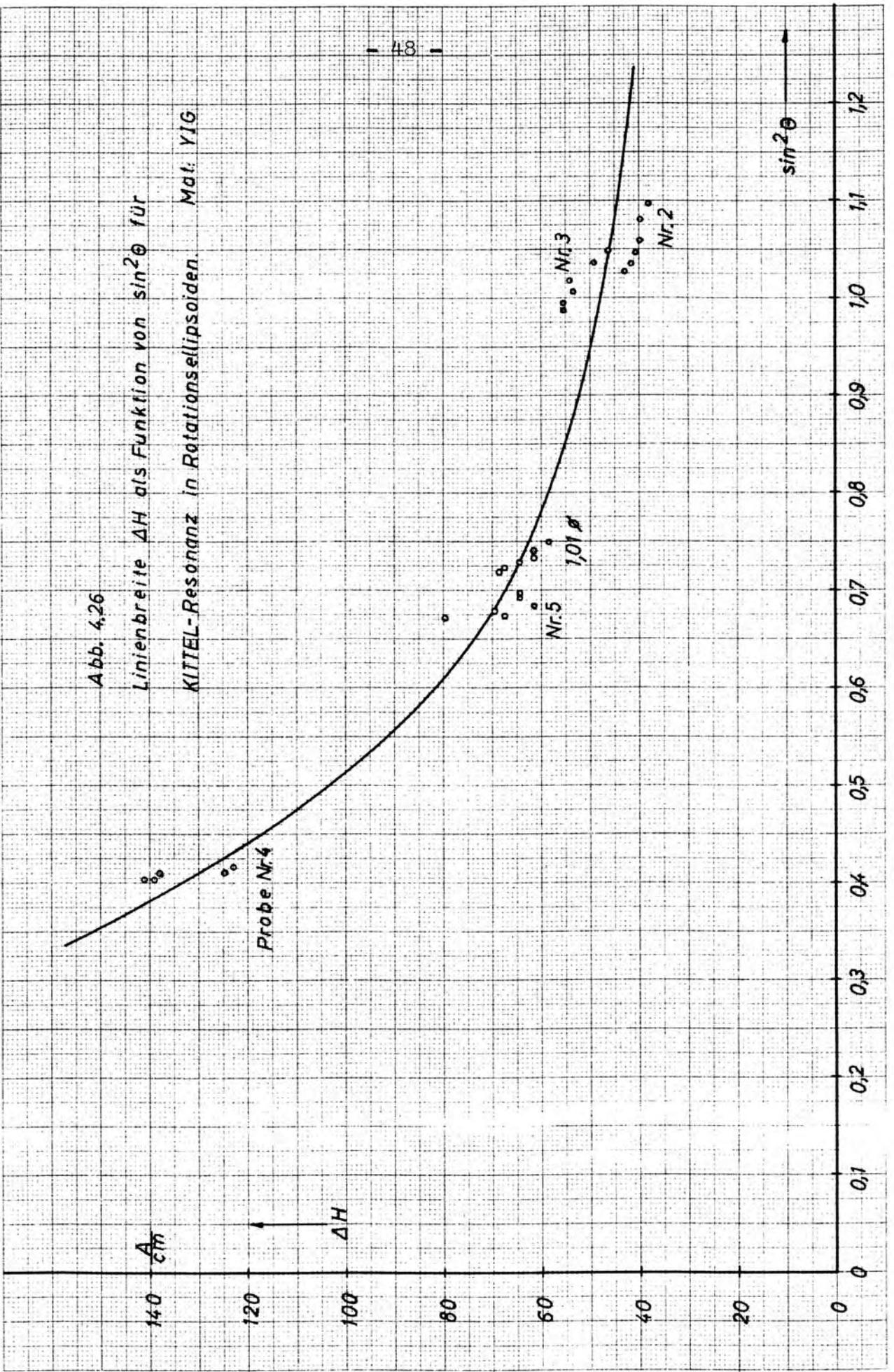


Abb. 4.25  
Linienbreite  $\Delta H$  als Funktion der Frequenz für  
KITTEL-Resonanz in Rotationsellipsoiden. Mat.: YIG





Die Entmagnetisierungsfaktoren der Ellipsoide sind bekannt (siehe Abschnitt 4.25), der Wert für die Sättigungsmagnetisierung des Materials YIG beträgt nach [5] :

$$M_s = 1420 \text{ A/cm} \quad (4.56)$$

Aus den Abstimmkurven ergeben sich damit folgende Werte für  $H_z$  in den einzelnen Proben:

a/b	0,37	0,856	1,0	2,95	3,91
$H_z / A/cm$	39	12	50	75	86

Der Wert von  $H_z$  für  $a/b = 0,856$  ist sehr kritisch und als Streuwert unbrauchbar, weil  $N_t$  und  $N_z$  fast gleich sind und schon kleine relative Abweichungen dieser Werte eine große relative Abweichung ihrer Differenz hervorrufen. Die Größe des Zusatzfeldes  $H_z$  ist in erster Näherung dem Achsverhältnis direkt proportional, wie Abb. 4.27 zeigt.

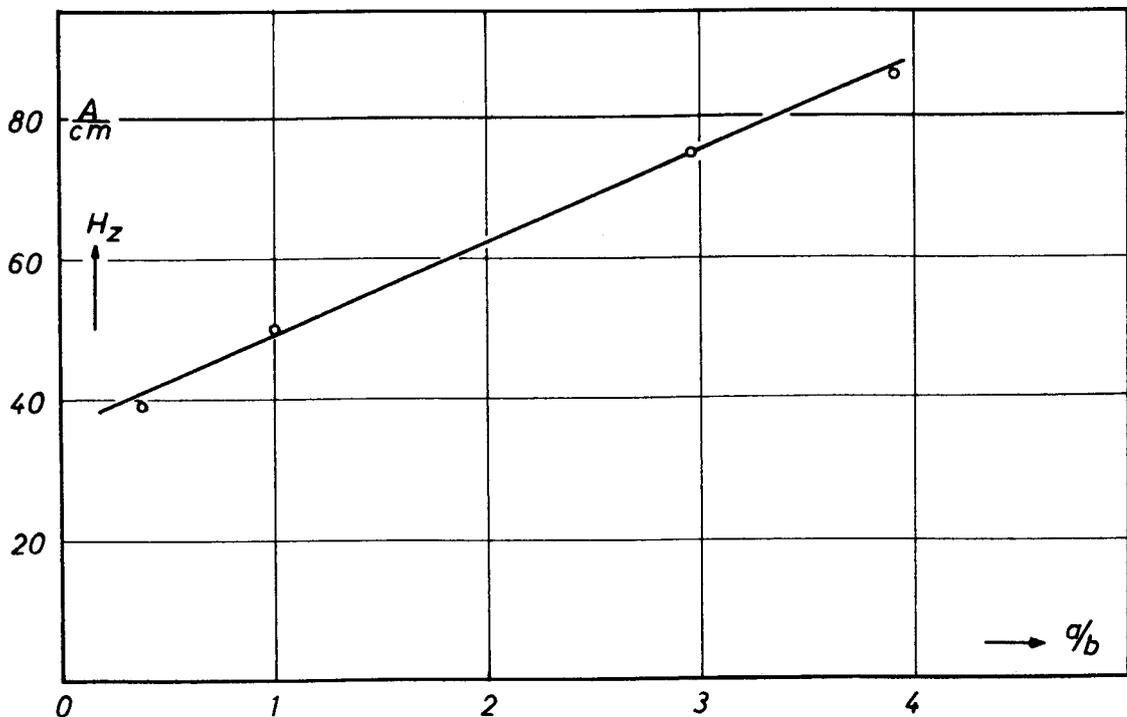


Abb. 4.27 Abhängigkeit des Zusatzfeldes  $H_z$  vom Achsverhältnis Mat. YIG

Die Abhängigkeit der Linienbreite  $\Delta H$  (und damit der phänomenologischen Dämpfungszahl  $\alpha$ ) von der Probenform und der Frequenz bei KITTEL-Resonanz geht aus Abb. 4.24 u. Abb. 4.25 hervor. Die Verluste nehmen bei jeder Probe mit steigender Resonanzfrequenz bzw. Resonanzfeldstärke zu und sind in den scheibenförmigen Ellipsoiden größer als in den spindelförmigen.

Den Zusammenhang zwischen der Linienbreite  $\Delta H$  und dem in Gl. (4.51) definierten  $\sin^2 \Theta$  gibt Abb. 4.26 wieder. Je mehr die KITTEL-Resonanz mit langwelligen Spinwellen entartet ist, umso höher sind die Verluste im Material.

## 5 Zusammenfassung

Ellipsoide nehmen bezüglich ihres Verhaltens im magnetischen Feld unter allen geometrischen Körpern eine Sonderstellung ein. In der Einleitung zu dieser Arbeit wird gezeigt, daß sich ein homogenes Innenfeld und eine homogene Magnetisierung nur in Ellipsoiden durch ein homogenes äußeres Feld erreichen lassen. die Verknüpfung der inneren und äußeren Feldgrößen wird durch den Entmagnetisierungstensor beschrieben. Von dieser Beziehung wird auch bei der Definition der KITTEL-Resonanz Gebrauch gemacht.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der mechanischen Herstellung von Rotationsellipsoiden aus Ferriten. Es enthält zunächst die Beschreibung des Prinzips zum Schleifen spindelförmiger und scheibenförmiger Rotationsellipsoide. Dann folgt eine Beschreibung der Versuchsanordnung, mit deren Hilfe die Einflüsse der Schleifzeit, des Magnetfeldes und der Abmessungen des Ausgangskörpers auf Größe und Achsverhältnis spindelförmiger Ellipsoide untersucht wurden. Die Ergebnisse sind in einem Diagramm (Abb. 3.43) zusammengestellt, das die Abhängigkeit des Achsverhältnisses von der absoluten Probengröße unter verschiedenen Bedingungen darstellt.

In Kapitel 4 wird die anhand eines Elektronenspin - Modells aufgestellte Bewegungsgleichung der Magnetisierung ( phänomenologischer Ansatz nach GILBERT) gelöst. Dabei wird angenommen, daß ein Wechselfeld, dessen Amplitude sehr klein gegen die vormagnetisierende Gleichfeldstärke ist, das Ferritmedium aussteuert. Das Ergebnis zeigt, daß die Magnetisierung  $\vec{m}$  von der inneren Feldstärke  $\vec{h}^i$  in Form eines Suszeptibilitätstensors  $\vec{\chi}^i$  abhängt. Für Rotationsellipsoide läßt sich über die Verknüpfungsgleichung der inneren und äußeren Feldgrößen ein äußerer Suszeptibilitätstensor  $\vec{\chi}^a$  ableiten. Die Diskussion des Tensorelementes  $\chi_{22}^a$  führt zu der Formel für die KITTEL - Resonanz und ergibt den Zusammenhang zwischen der phänomenologischen Dämpfungszahl  $\alpha$  und der Linienbreite  $\Delta H$ .

Anschließend folgt ein kurzer Abriß der Spinwellentheorie, die eine physikalische Deutung der Verluste im Ferritmedium gibt. Der Weg zur Ableitung der Dispersionsgleichung wird aufgezeigt. Anhand der graphischen Darstellung dieser Gleichung wird die Entartung der KITTEL - Resonanz mit Spinwellen in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt und der Probenform diskutiert.

Der meßtechnische Teil schließlich enthält eine Beschreibung des Mikrowellenmeßplatzes und der Meßtechnik sowie die Ergebnisse der Untersuchungen, die mit fünf verschiedenen Rotationsellipsoiden aus dem Material YIG im X - Band durchgeführt wurden.

6 Schrifttum

- [1] LAX, B. und BUTTON, K.J., Microwave ferrites and ferrimagnetics, McGraw - Hill Book Company, New York, 1962
  
- [2] WALDRON, R.A., Ferrites, an introduction for microwave engineers, D. van Norstrand Company Ltd., London, 1961
  
- [3] GREINACHER, CHR., Frequenzvervielfachung in ferrimagnetischen Oxyden im cm- und mm- Wellengebiet, Diplomarbeit am Inst. f. HF-Technik, TH Aachen, 1960
  
- [4] BRAND, H, Über elektromagnetische Eigenschwingungen quaderförmiger Ferritresonatoren im Mikrowellenbereich, Diss. TH Aachen, 1962
  
- [5] FIEWEGER, H.-W., Ein Beitrag zur Messung der Sättigungsmagnetisierung von Mikrowellenferriten, Diss. TH Aachen, 1964
  
- [6] HARTMANN & BRAUN, Elektrische und wärmetechnische Messungen, Fünfte Auflage, 1952