

# THÈSES

*présentées à la*

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

*pour obtenir*

LE GRADE DE DOCTEUR-INGENIEUR

PAR

Wolfgang J . R . H Ö F E R

Ingénieur diplômé de la  
TECHNISCHE HOCHSCHULE de AACHEN

## PREMIÈRE THÈSE

UNE METHODE DE MESURE DE TRES FAIBLES LARGEURS DE RAIE  
DE RESONANCE GYROMAGNETIQUE

---

## DEUXIÈME THÈSE

**Propositions données par la Faculté**

**Soutenues le 25 Juin 1968, devant la Commission d'Examen**

## JURY :

**MM .**

J . BENOIT

**Président**

A . COUMES

E . F. BERTAUT

} **Examineurs**

T H E S E S

présentées à la  
FACULTE DES SCIENCES DE  
L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

pour obtenir  
LE GRADE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Wolfgang J. R. H Ö F E R  
Ingénieur diplômé de la  
TECHNISCHE HOCHSCHULE de AACHEN

\*

1<sup>ère</sup> THESE :

UNE METHODE DE MESURE DE TRES FAIBLES LARGEURS DE RAIE  
DE RESONANCE GYROMAGNETIQUE

---

2<sup>ème</sup> THESE :

Propositions données par la Faculté

---

Soutenues le

devant la Commission d'examen

JURY : MM. J. BENOIT           Président  
          A. COUMES            }  
          E.F. BERTAUT        } Examineurs



## LISTE DES PROFESSEURS

DOYEN HONORAIRE

M. MONET

DOYEN

M. BONNIER

PROFESSEURS TITULAIRES

MM. NEEL Louis	Chaire de Physique expérimentale
HEIMANN René	Chaire de Chimie organique
KRAVICHENKO Julien	Chaire de Mécanique rationnelle
CHABAUTY Claude	Chaire de Calcul différentiel et intégral
BENOIT Jean	Chaire de Radioélectricité
CHENE Marcel	Chaire de Chimie papetière
FELICI Noël	Chaire d'Electrostatique
KUNTZMANN Jean	Chaire de Mathématiques appliquées
BARBLER Reynold	Chaire de Géologie appliquée
SANTON Lucien	Chaire de Mécanique des Fluides
OZENDA Paul	Chaire de Botanique
FALLOT Maurice	Chaire de Physique industrielle
KOSZUL Jean-Louis	Chaire de Mathématiques
GALVANI O.	Mathématiques
MOUSSA André	Chaire de Chimie nucléaire
TRAYNARD Philippe	Chaire de Chimie générale
SOUTIF Michel	Chaire de Physique générale
CRAYA Antoine	Chaire d'Hydrodynamique
REULOS R.	Théorie des Champs
BESSON Jean	Chaire de Chimie minérale
AYANT Yves	Physique approfondie
GALLISSOT	Mathématiques
Mlle LUTZ Elisabeth	Mathématiques
MM. BLAMBERT Maurice	Chaire de Mathématiques
BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
LEIBOUTRY Louis	Géophysique
MICHEL Robert	Chaire de Minéralogie et Pétrographie
BONNIER Etienne	Chaire d'Electrochimie et d'Electrometallurgie
DESSAUX Georges	Chaire de Physiologie animale
PILLET E.	Chaire de Physique industrielle et Electrotechnique
YOCOCZ Jean	Chaire de Physique nucléaire théorique
DEBELMAS Jacques	Chaire de Géologie générale
GERBER R.	Mathématiques
PAUTHENET R.	Electrotechnique
VAUQUOIS B.	Chaire de Calcul électronique
BARJON R.	Physique nucléaire
BARBLER Jean-Claude	Chaire de Physique
SILBER R.	Mécanique des Fluides
BUYLE-BODIN Maurice	Chaire d'Electronique
DREYPUS B.	Thermodynamique
KLEIN J.	Mathématiques
VAILLANT F.	Zoologie et Hydrobiologie
ARNAUD Paul	Chaire de Chimie
SENGEL P.	Chaire de Zoologie
BARNOUD F.	Chaire de Biosynthèse de la Cellulose
BRISSONNEAU P.	Physique
GAGNAIRE	Chaire de Chimie physique
Mme KOFLER L.	Botanique
MM. DEGRANGE Charles	Zoologie
PEBAY-PEROULA J.C.	Physique
RASSAT A.	Chaire de Chimie systématique
DUCROS P.	Chaire de Cristallographie physique
DODU Jacques	Chaire de Mécanique appliquée I.U.T.
ANGLES D'ADRIAC P.	Mécanique des Fluides
LACAZE A.	Thermodynamique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. GIDON P.	Géologie et Minéralogie
GIRAUD P.	Géologie
PERRRET R.	Servomécanisme
Mme BARBIER H.J.	Electrochimie
Mme SOUTIF J.	Physique
MM. COHEN Joseph	Electrotechnique
DEPASSEL R.	Mécanique des Fluides
GASTINEL Noël	Mathématiques Appliquées
GLENAT René	Chimie
BARRA Jean	Mathématiques Appliquées
COUMES André	Electronique
PERRÉAUX Jacques	Géologie et Minéralogie
ROBERT André	Chimie Papetière
BIAREZ Jean	Mécanique Physique
BONNET Georges	Electronique
CAUQUIS Georges	Chimie Générale
DONNETAIN Lucien	Chimie Minérale
DEPOMMER Pierre	Physique Nucléaire et Génie Atomique
HACQUES Gérard	Calcul Numérique
POLOUJADOFF Michel	Electrotechnique
Mme KAHANE Josette	Physique
Mme BONNIER J.M.	Chimie
MM. VALENTIN Jacques	Physique
PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques

PROFESSEURS ASSOCIES

MM. NAPP-ZINN	Botanique
RODRIGUES Alexandre	Mathématiques Pures
STANDING Kenneth	Physique Nucléaire

MAITRES DE CONFERENCES

MM. LAUCIA Roland	Physique Atomique
DEPORTES C.	Chimie
Mme BOUCHE Liane	Mathématiques
MM. SARROT-REYNAULD J.	Géologie Propédeutique
KAHANE André	Physique Générale
DOLIQUE Jean-Michel	Electronique
BRIERE Georges	Physique M.P.C.
DESRE Georges	Chimie
LAJZEROWICZ	Physique
BERTRANDIAS J.P.	Mathématiques Appliquées
LAURENT P.	Mathématiques Appliquées
Mme BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM. LONGUEQUE J.P.	Physique
SOHN Jean-Claude	Electrochimie
ZADWORNY François	Electronique
DURAND E.	Chimie Physique
CARLIER Georges	Biologie Végétale
AUBERT Georges	Physique
DELPUECH Jean-Jacques	Chimie Organique
PFISTER Jean-Claude	Physique
CHIBON P.	Biologie Animale
IDELMAN S.	Physiologie Animale
BOUVARD Maurice	Hydrologie
RICHARD Lucien	Botanique
PELLOUNT Jean	Physiologie Animale
BLOCH Daniel	Electrotechnique I.P.
BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées I.P.
MOREAU René	Hydraulique I.P.
BRUGEL L.	Energétique I.U.T.
SIBILLE R.	Construction Mécanique I.U.T.
ARMAND Yves	Chimie I.U.T.
BOLLETT Louis	Informatique I.U.T.
KUHN Gérard	Energétique I.U.T.
GERMAIN Jean-Pierre	Construction Mécanique I.U.T.
CONTE René	Thermodynamique
JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
Mle PIERY Yvette	Biologie Animale
BERNARD Alain	Mathématiques Pures

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM. SAWCZUK A.	Mécanique des Fluides
CHEEKE John	Thermodynamique
YAMADA O.	Physique du Solide
MATR Lubomir	Biologie Végétale
NAYLOR Arch	Physique Industrielle
SILBER Léo	Radioélectricité
NOZAKI Akhiro	Mathématiques Appliquées
RUTLEDGE Joseph	Mathématiques Appliquées
DONOHU Paul	Physique Générale
EGGER Kurt	Biologie Végétale

*A ma mère*



*Ce travail a été possible grâce à une bourse du Gouvernement français.*

*Monsieur le Professeur BENOIT, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de Radioélectricité de Grenoble, m'a aimablement accueilli dans cet établissement et m'a offert la possibilité de faire ces recherches au sein du Laboratoire d'Electromagnétisme. Je tiens à lui exprimer ma profonde et respectueuse gratitude.*

*Je tiens tout particulièrement à remercier Monsieur le Professeur COUMES qui a guidé avec bienveillance mes études dans ce Laboratoire, et n'a cessé de contribuer à l'avancement de ce travail par ses critiques objectives et ses conseils avisés.*

*Ma reconnaissance va également à Monsieur BERTAUT, Directeur de Recherches au C.N.R.S. de Grenoble, qui a bien voulu s'intéresser à ce travail et me fait l'honneur de faire partie du Jury.*

*Les nombreuses discussions que j'ai eues avec mes collègues, particulièrement avec Monsieur BOUTHINON, ont toujours été très fructueuses et leur aide m'a souvent été précieuse. Qu'ils soient assurés de ma sincère reconnaissance.*

*Je remercie également Messieurs CANO, KIEFFER et SIMORRE pour leur amicale et compétente collaboration technique.*

*Que mon ami, Jean-Louis SCHWARTZ, sache combien j'ai apprécié son aimable assistance à la lecture du manuscrit.*

SYMBOLES UTILISES

LETTRES LATINES

a	amplitude normalisée de l'onde incidente
b	amplitude normalisée de l'onde réfléchie
b	induction magnétique hyperfréquence
B	induction magnétique continue
c <sub>0</sub>	vitesse de la lumière dans le vide
C	capacité
d	résistance interatomique
D	diamètre d'une cavité
e	champ électrique hyperfréquence
E	champ électrique continu
f	fréquence
f <sub>0</sub>	fréquence de LARMOR
f <sub>c</sub>	fréquence de résonance d'une cavité
f <sub>M</sub>	fréquence d'aimantation de saturation normalisée
f <sub>R</sub>	fréquence de KITTEL
g	facteur de LANDE
h	champ magnétique hyperfréquence
H	champ magnétique continu
H <sub>R</sub>	champ magnétique de résonance
k	nombre d'onde
l	longueur
L	longueur d'une cavité
L	inductivité
m	aimantation hyperfréquence
M	aimantation continue
M	inductivité mutuelle
M <sub>S</sub>	aimantation de saturation
n	nombre entier
N	facteur de désaimantation
p	rapport des facteurs de surtension Q <sub>0</sub> /Q <sub>g</sub>
P	puissance
Q	facteur de surtension
Q <sub>0</sub>	facteur de surtension à vide d'une cavité
Q <sub>g</sub>	facteur de surtension de l'échantillon gyromagnétique
Q <sub>L</sub>	facteur de surtension en charge d'une cavité
r	résistance
r	rayon de l'échantillon

R	coefficient de réflexion
s	surface
t	variable "temps"
T	temps de relaxation
V	volume
W	énergie
X <sub>0</sub>	
Y <sub>0</sub>	
Z	coordonnées rectangulaires
z	impédance normalisée ou réduite
Z <sub>0</sub>	impédance caractéristique d'une ligne

LETTRES GRECQUES

α	constante phénoménologique d'atténuation de la précession du vecteur aimantation
β	coefficient de couplage cavité-guide
γ	rapport gyromagnétique
γ <sub>0</sub>	rapport gyromagnétique de l'électron libre
δ	épaisseur de peau
ε	permittivité électrique (constante diélectrique)
ζ	désaccord relatif
ζ <sub>g</sub>	désaccord relatif de l'échantillon gyromagnétique
ζ <sub>0</sub>	désaccord relatif de la cavité
η	facteur de remplissage d'une cavité
κ	coefficient de couplage cavité-échantillon
λ <sub>0</sub>	longueur d'onde
λ <sub>m</sub>	longueur d'onde dans le vide
λ	longueur d'onde magnétique
μ	perméabilité magnétique
Ξ	champ magnétique normalisé
χ	susceptibilité magnétique
ω	pulsation
ω <sub>0</sub>	pulsation de LARMOR
ω <sub>c</sub>	pulsation de résonance d'une cavité
ω <sub>M</sub>	pulsation aimantation de saturation normalisée
ω <sub>R</sub>	pulsation de KITTEL
Ω	pulsation normalisée

<u>INTRODUCTION</u>	IX
<u>PREMIERE PARTIE</u>	1
1. Interaction d'un champ hyperfréquence avec un matériau gyromagnétique infini .....	5
1.1. Description phénoménologique	5
1.2. Le tenseur de susceptibilité interne	7
2. Interaction d'un champ hyperfréquence avec un matériau gyromagnétique fini .....	9
2.1. Le tenseur de susceptibilité externe	9
2.2. Expression des éléments du tenseur de susceptibilité en termes de circuits électriques	12
3. Interaction d'un champ hyperfréquence avec un échantillon gyromagnétique dans une cavité électromagnétique .....	13
3.1. Impédance d'une cavité en réflexion	13
3.2. La théorie des perturbations	17
3.3. Equivalence avec deux circuits couplés	18
3.4. Représentation de l'interaction cavité-échantillon gyromagnétique dans le plan de GAUSS et sur l'abaque de SMITH	20
3.4.1. Champ magnétique variable, la fréquence excitante demeurant constante et égale à la fréquence de résonance de la cavité non perturbée	21
3.4.2. Fréquence excitante variable, le champ magnétique étant constant et tel que l'échantillon résonne sur la fréquence de résonance de la cavité	25
4. Conclusion .....	28
<u>DEUXIEME PARTIE</u>	
1. Les éléments fondamentaux du montage destiné à la mesure de la largeur de raie gyromagnétique ..	33
1.1. L'échantillon gyromagnétique	33
1.1.1. Propriétés générales	33
1.1.2. Propriétés hyperfréquences	34
A. Oscillations diélectromagnétiques	34
B. Oscillations magnétostatiques	35
C. Ondes de spins proprement dites	37
1.1.3. Puissance admissible	39
1.1.4. Conclusion	43
1.2. La cavité	44
1.2.1. Choix du mode dans la cavité	44
1.2.2. Choix des dimensions de la cavité	45
1.2.3. Position de l'échantillon dans la cavité	50
1.2.4. Réalisation technique de la cavité	51
2. Dispositif de couplage variable cavité-guide .....	57
2.1. Principe de fonctionnement	57
2.2. Etalonnage en $\beta$	61
3. Dispositif pour la mesure du facteur de surtension propre de la cavité .....	64
3.1. Principe de la mesure de Q	65
3.2. Caractéristiques et réalisation des différents éléments du dispositif pour la mesure du facteur de surtension	67
3.2.1. Le transformateur de caractéristique réflexion en caractéristique transmission	67
3.2.2. Les mélangeurs	70
3.2.3. La stabilisation en fréquence de l'oscillateur local	71
3.2.4. La partie à fréquence intermédiaire	74
3.3. Mesure de Q et précision	79
4. Dispositif pour la mesure de la largeur de raie d'un échantillon gyromagnétique .....	80
5. Résultats expérimentaux .....	85
5.1. Mode opératoire	85
5.2. Quelques résultats de mesure	87
5.2.1. Premier échantillon	87
5.2.2. Deuxième échantillon	88
5.3. Précision obtenue	88
6. Conclusion .....	90
<u>ANNEXES</u>	
I. Graduation des courbes dans le plan complexe et dans l'abaque de SMITH	93
1.1. Graduation en champ magnétique	94
1.2. Graduation en fréquence	96
II. Analyse du comportement de deux circuits oscillants couplés	97
III. Calcul de la puissance maximale absorbée par l'échantillon	102
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	105



## I N T R O D U C T I O N

---

La résonance a un rôle prépondérant parmi les phénomènes physiques. Deux préoccupations différentes peuvent nous conduire à son observation et son étude.

Premièrement, elle nous donne des informations sur la structure et les propriétés du système résonnant. La spectroscopie, par exemple, qui, dans le fond, n'est rien d'autre qu'une observations de résonances, a permis d'acquérir la connaissance de la structure des atomes et des matériaux.

Deuxièmement, on peut étudier la résonance d'un système afin de se servir de ses propriétés spécifiques, soit de sa sélectivité (filtres de toutes sortes, fréquencemètre, réception) soit, par réaction, de ses qualités d'oscillateur.

Dans les deux cas, les grandeurs principales à connaître sont la fréquence de résonance  $f_c$  et le facteur de surtension propre  $Q_0$ , alliées souvent dans la notion de fréquence complexe :

$$f = f_c + j \frac{1}{2 Q_0}$$

dont la partie imaginaire interprète les pertes du résonateur.

Défini à l'origine par le décrétement de l'oscillation libre du système, le facteur de surtension se déduit habituellement de la largeur  $\Delta f$  de la raie de résonance à mi-hauteur. Cette raie est le tracé de la puissance absorbée en fonction de la fréquence. On montre que la surtension correspond au rapport entre la fréquence de résonance et la largeur de raie.

La mesure du facteur de surtension propre d'un système résonnant est d'autant plus difficile que sa valeur est grande. L'instrument de mesure apportant toujours une perte supplémentaire, élargit la raie et indique un  $Q$  en charge qui est inférieur au facteur de surtension propre  $Q_0$ .

Pour éliminer cette erreur, on peut procéder de deux façons différentes :

. on mesure Q en charge pour différents couplages de l'instrument au résonateur et l'on extrapole cette valeur pour un couplage nul,

ou bien :

. on mesure Q en charge pour un couplage bien déterminé de l'instrument au résonateur, et on calcule ensuite la surtension propre à l'aide d'autres paramètres de l'ensemble, qui sont plus faciles à mesurer.

Dans ce travail, nous voulons appliquer la deuxième idée à la mesure de la largeur de raie de la RESONANCE GYROMAGNETIQUE . On peut décrire cette résonance à l'aide du modèle de spins effectuant un mouvement de précession autour d'un champ magnétique continu. Celui-ci étant directement proportionnel à la fréquence de précession - c'est-à-dire à la fréquence de résonance - la puissance absorbée en fonction du champ suit la même caractéristique que la raie de résonance précitée. Cela nous permet de définir une largeur de raie magnétique  $\Delta H$ , qui est reliée à  $\Delta f$  par l'expression :

$$\Delta H = \frac{2 \pi}{\gamma} \cdot \Delta f$$

où  $\gamma$  est appelé rapport gyromagnétique.

Dans la première partie, nous développerons, après un aperçu de la résonance gyromagnétique, de nouvelles expressions pour les éléments du tenseur de susceptibilité en termes de circuits oscillants. En utilisant ces expressions et à l'aide de la théorie des perturbations, nous calculerons ensuite l'impédance d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique. Nous obtenons une impédance identique à celle d'un circuit résonnant série auquel est couplé un deuxième circuit par inductance mutuelle.

L'étude de cette impédance nous conduit à deux formules différentes, indiquant deux méthodes de mesure du coefficient de surtension propre de l'échantillon gyromagnétique dans une cavité.

La deuxième partie décrit la mise en oeuvre d'une de ces méthodes. Après avoir motivé notre choix en comparant celle-ci à des méthodes de mesure déjà connues, nous étudions d'abord les différents effets perturbateurs dont nous n'avons pas rendu compte au cours de la première partie. Ce sont en particulier des résonances parasites (modes magnétostatiques, ondes de spin), une perturbation trop forte de la cavité par l'échantillon, et l'effet de mur.

Le montage décrit dans les chapitres suivants, tient compte de ces effets de telle sorte que leur influence soit négligeable sous certaines conditions.

Enfin, des résultats expérimentaux sont présentés sous forme d'oscillogrammes, qui montrent la validité de nos considérations.

Le montage réalisé permet de mesurer des largeurs de raie comprises entre 0,4 et 0,2 Oersted environ. La précision totale est de 6 - 8 %, suivant la valeur de la largeur de raie.

*P R E M I E R E            P A R T I E*



On sait que la matière est essentiellement formée d'atomes, eux-mêmes composés de noyaux chargés positivement, et d'électrons gravitant autour du noyau sur des "couches" qui correspondent à des états quantifiés d'énergie. Le mouvement de ces électrons est double : d'une part, gravitation autour du noyau, d'autre part, rotation sur eux-mêmes. Ces deux mouvements engendrent des moments magnétiques, le premier dit orbital, le deuxième dit de spin. Ce sont ces moments qui déterminent les propriétés magnétiques des matériaux.

Une description détaillée de tous ces phénomènes est donnée dans les ouvrages (1) et (2). Nous ne voulons noter ici que les points fondamentaux de la théorie magnétique des matériaux. Le *diamagnétisme*, effet très faible en général, apparaît comme une conséquence du moment orbital et ne présente point d'intérêt pour nous.

Par contre, le *paramagnétisme* et le *ferromagnétisme* vont faire l'objet de la présente introduction. Les deux phénomènes trouvant leur origine dans le moment magnétique permanent de spin, se distinguent par l'interaction entre les dipôles magnétiques des atomes voisins. Dans le cas du paramagnétisme, les spins non appariés n'exercent qu'une influence négligeable sur les autres atomes. Par contre, dans un matériau ferromagnétique, les atomes concernés sont suffisamment proches l'un de l'autre pour qu'une forte interaction règne entre eux. Ainsi, il y a création d'une aimantation spontanée, c'est-à-dire de domaines d'alignement uniforme de tous les dipôles sous l'influence de leur champ d'échange.

NEEL a montré que, sous certaines conditions, les moments magnétiques peuvent être orientés antiparallèlement. Il en résulte que l'aimantation globale disparaît, si les dipôles se compensent mutuellement. Cet effet est appelé *antiferromagnétisme*.

Le *ferrimagnétisme* n'est qu'une variété de l'antiferromagnétisme. Les dipôles opposés ne se compensent pas totalement. Leur différence apparaît comme aimantation spontanée résultante. C'est le cas des ferrites.

Les matériaux ferromagnétiques et ferrimagnétiques se distinguent non seulement par leur aimantation de saturation, mais aussi, et avant tout, par leur conductivité électrique. Les ferromagnétiques, étant bons conducteurs en général, s'opposent énergiquement à la pénétration d'un champ hyperfréquence. Mais les ferrites et les matériaux paramagnétiques sont "transparents" aux microondes, ce qui permet une interaction très forte entre spins et champ haute fréquence. Nous allons étudier cette interaction dans les chapitres suivants.

1 - INTERACTION D'UN CHAMP HYPERFREQUENCE  
AVEC UN MATERIAU GYROMAGNETIQUE INFINI

---

1.1 - DESCRIPTION PHENOMENOLOGIQUE

Considérons un système infini de spins dans un champ magnétique continu sous l'influence d'un champ alternatif. Les spins peuvent occuper différents états d'énergie. La mécanique quantique nous permet de calculer ces niveaux.

Pour un grand nombre de problèmes, il suffit de se servir de la description phénoménologique classique du système. Le mouvement du vecteur aimantation dans le champ magnétique est analogue au comportement d'un gyroscope dans le champ de gravitation. Pour cette raison, on parle de l'effet gyromagnétique.

Le modèle du gyroscope nous conduit à l'équation (voir par exemple (1), p. 146) :

$$(1.1) \quad \frac{d \vec{M}}{dt} = \gamma (\vec{M} \times \vec{H})$$

où  $\vec{M}$  est le vecteur aimantation,

$\vec{H}$ , le vecteur champ magnétique dans le milieu, et

$\gamma$ , le rapport gyromagnétique dans le milieu.

$\gamma$  est lié au rapport gyromagnétique  $\gamma_0$  de l'électron libre par la relation :

$$(1.2) \quad \gamma = \frac{1}{2} g \cdot \gamma_0$$

$$\gamma_0 = 2,21 \cdot 10^7 \text{ cm/A sec} = 2 \pi \cdot 2,8 \text{ MHz/Oersted.}$$

Le facteur de Landé  $g$ , une constante du matériau, exprime l'interaction entre le moment orbital et le moment de spin d'un électron ; il rend compte aussi de l'interaction des moments magnétiques de plusieurs électrons d'un ion dans le réseau cristallin d'un ferrite.

L'équation (1.1) décrit le mouvement de précession du vecteur aimantation dans un milieu sans pertes. Pour exprimer l'atténuation, toujours présente dans un système réel, il faut introduire un terme supplémentaire dans (1.1).

LANDAU et LIFSHITZ écrivent :

$$(1.3) \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H}) - \frac{\alpha \gamma}{|\vec{M}|} (\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}))$$

Le deuxième terme du côté droit de l'équation représente une atténuation telle que le module du vecteur  $\vec{M}$  reste constant.

GILBERT a modifié cette équation en remplaçant le vecteur  $\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H})$  par l'expression :

$$\frac{1}{\gamma} (\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt})$$

Effectuant le produit vectoriel de  $\vec{M}$  avec l'équation (1.3), on trouve que le terme d'amortissement peut être modifié de telle façon que l'équation (1.3) devient (voir (1), p. 153) :

$$(1.4) \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H}) - \frac{\alpha}{|\vec{M}|} (\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}) + \alpha^2 \gamma (\vec{M} \times \vec{H})$$

Le terme contenant  $\alpha^2$  est suffisamment petit pour que l'on puisse le négliger. L'équation de GILBERT s'écrit alors :

$$(1.5) \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H}) - \frac{\alpha}{|\vec{M}|} (\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt})$$

$\alpha$  est une constante phénoménologique et ne donne aucune indication sur la nature des pertes dans le matériau.  $\alpha$  est lié au temps de relaxation  $T$  par la relation :

$$(1.6) \quad \alpha = \frac{1}{\omega T}$$

où  $\omega$  est la pulsation de précession du vecteur  $\vec{M}$ .

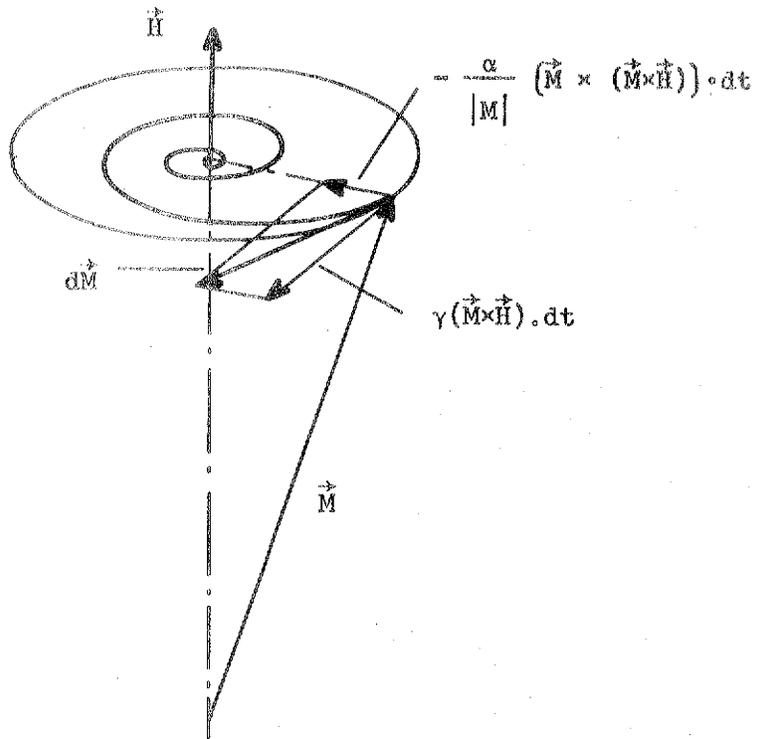
La troisième équation du mouvement amorti de l'aimantation a été introduite par BLOCH en vue du traitement de la résonance paramagnétique nucléaire. BLOEMBERGEN l'a adaptée à la résonance ferromagnétique. Cette fois, la constance du module du vecteur  $\vec{M}$  n'est plus supposée et l'atténuation dans la direction du champ polarisant (représentée par le temps de relaxation longitudinale  $T_1$ ) est différente de celle dans le plan transversal (temps de relaxation transversale  $T_2$ ). Les auteurs écrivent :

$$(1.7) \quad \left( \frac{d\vec{M}}{dt} \right)_{X,Y} = \gamma(\vec{M} \times \vec{H})_{X,Y} - \frac{\vec{M}_{X,Y}}{T_2} \quad ; \quad \left( \frac{d\vec{M}}{dt} \right)_Z = \gamma(\vec{M} \times \vec{H})_Z - \frac{\vec{M}_Z - \vec{M}_0}{T_1}$$

$T_1$  est dû aux pertes par interaction spin-réseau et  $T_2$  représente les pertes associées à tout processus autre que le réseau, perturbant la précession libre.

Les équations (1.3) et (1.5) se prêtent particulièrement bien à une représentation intuitive de la précession amortie. La figure 1.1 (p. 7) montre les vecteurs  $\vec{H}$  et  $\vec{M}$  à l'instant  $t = 0$ . Le vecteur  $\gamma(\vec{M} \times \vec{H}) dt$  est alors dirigé perpendiculairement au plan  $(\vec{M}, \vec{H})$ . Il entraîne l'aimantation dans un mouvement de rotation autour du champ  $\vec{H}$ .

FIGURE 1.1



Le vecteur d'amortissement  $-\frac{\alpha}{|M|} (\vec{M} \times \gamma(\vec{M} \times \vec{H})) \cdot dt$  est dirigé vers l'axe de rotation, car il est à la fois perpendiculaire à  $\vec{M}$  et à  $\gamma(\vec{M} \times \vec{H})dt$  et tend à ramener  $\vec{M}$  dans la direction du champ magnétique.

Dans l'équation de GILBERT, ce deuxième vecteur est perpendiculaire à  $d\vec{M}$  et  $\vec{M}$ , ce qui revient à peu près au même pour de faibles atténuations (voir équation (1.4)), lorsque  $d\vec{M}$  et  $\gamma(\vec{M} \times \vec{H})$  sont pratiquement parallèles.

## 1.2 - LE TENSEUR DE SUSCEPTIBILITE INTERNE

Les trois équations, suivant LANDAU-LIFSHITZ, GILBERT ou BLOCH-BLOEMBERGEN, sont des équations différentielles non linéaires, dont la solution est très délicate. On peut quand même les résoudre approximativement en appliquant une théorie linéaire qui suppose de faibles angles de précession. On considère alors la composante de  $\vec{M}$  dans la direction de la polarisation comme constante. Si les vecteurs  $\vec{M}$  et  $\vec{H}$  sont de la forme :

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \vec{M} &= \vec{M}_0 + \vec{m} e^{j\omega t} \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 + \vec{h} e^{j\omega t} \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{l} |\vec{m}| \ll |\vec{M}_0| \\ |\vec{h}| \ll |\vec{H}_0| \end{array} \right)$$

On obtient une relation linéaire entre les termes alternatifs. Dans l'expression :

$$(1.9) \quad \vec{M} = \left( \chi^i \right) \vec{H}$$

$\left( \chi^i \right)$  est appelé tenseur de susceptibilité interne. Explicitement, on écrit :

$$(1.10) \quad \left( \chi^i \right) = \begin{pmatrix} \chi_{XX}^i & \chi_{YY}^i & 0 \\ \chi_{YX}^i & \chi_{YY}^i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les éléments du tenseur sont des fonctions complexes de la fréquence, du champ polarisant et de l'aimantation de saturation. L'équation (1.5) nous donne (voir p.e. (1), p. 153) :

$$(1.11) \quad \begin{aligned} \chi_{XX}^i &= \chi_{YY}^i = \frac{(\omega_0 + j\alpha\omega) \omega_M}{(\omega_0 + j\alpha\omega)^2 - \omega^2} = \chi_{XX}^i - j \chi_{XX}^i \\ \chi_{YX}^i &= -\chi_{XY}^i = \frac{j \omega \omega_M}{(\omega_0 + j\alpha\omega)^2 - \omega^2} = \chi_{YX}^i - j \chi_{YX}^i \end{aligned}$$

avec les normalisations :

$$(1.12) \quad \begin{aligned} \omega_0 &= \gamma \cdot H_0^i \quad (\text{fréquence de LARMOR}) \\ \alpha \omega &= 1/T \\ \omega_M &= \gamma \cdot M_0 \end{aligned}$$

De la même façon, on peut exprimer l'induction dans le matériau en fonction du champ par un tenseur de perméabilité interne :

$$(1.9a) \quad \vec{B} = \left( \mu^i \right) \cdot \vec{H}$$

où :

$$(1.10a) \quad \left( \mu^i \right) = \mu_0 \begin{pmatrix} \mu^i & -jK^i & 0 \\ jK^i & \mu^i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce tenseur est connu sous le nom de tenseur de FOLDER et apparaît dans les équations de MAXWELL décrivant les champs à l'intérieur du matériau. Les éléments  $\mu^i$  et  $K^i$  sont liés aux expressions correspondantes du tenseur  $\left( \chi^i \right)$  :

$$(1.11a) \quad \begin{aligned} \mu^i &= 1 + \chi_{XX}^i \\ j K^i &= -\chi_{XY}^i \end{aligned}$$

2 - INTERACTION D'UN CHAMP HYPERFREQUENCE  
AVEC UN MATERIAU GYROMAGNETIQUE FINI

---

2.1 - LE TENSEUR DE SUSCEPTIBILITE EXTERNE

Jusqu'ici, nous n'avons considéré qu'un système infini de spins, et le champ magnétique intervenant dans les équations était celui qui régnait effectivement à l'intérieur du milieu. En réalité, le matériau gyromagnétique se présente toujours sous la forme d'un échantillon fini. Les champs continu et alternatif s'appliquent extérieurement. Les grandeurs intérieures seront alors changées par les champs démagnétisants.

Les champs intérieur et extérieur sont liés par un tenseur de désaimantation  $(N)$  qui dépend de la géométrie de l'échantillon :

$$(1.13) \quad \vec{H}^i = \vec{H}^{ext} - (N) \vec{M}$$

Il est alors utile de calculer un tenseur de susceptibilité externe à l'aide de l'équation suivante :

$$(1.14) \quad \vec{M} = (\chi^i) \vec{H}^i = (\chi^i) (\vec{H}^{ext} - (N) \vec{M}) = (\chi^{ext}) \vec{H}^{ext}$$

$$(1.15) \quad (\chi^{ext}) = (\chi) = \begin{pmatrix} \chi_{XX} & \chi_{XY} & 0 \\ \chi_{YX} & \chi_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le tenseur de perméabilité externe qui décrit l'induction dans l'échantillon en fonction du champ magnétique, appliqué extérieurement, se présente sous la forme :

$$(1.15a) \quad (\mu^{ext}) = \mu_0 \begin{pmatrix} \mu^{ext} & -j K^{ext} & 0 \\ j K^{ext} & \mu^{ext} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Naturellement, les relations entre les éléments des tenseurs  $(\chi^{ext})$  et  $(\mu^{ext})$  correspondent à celles de l'équation (1.11a).

REMARQUES

1. Tout ce qui a été dit sur le tenseur de désaimantation n'est strictement valable que pour les champs statiques. Néanmoins, on peut appliquer ces règles aux champs alternatifs si les dimensions de l'échantillon sont très petites par rapport à la longueur d'onde et s'il n'y a pas propagation dans le corps.
2. Dans tout le travail suivant, nous allons comprendre sous le nom de tenseur de susceptibilité le tenseur de susceptibilité externe.

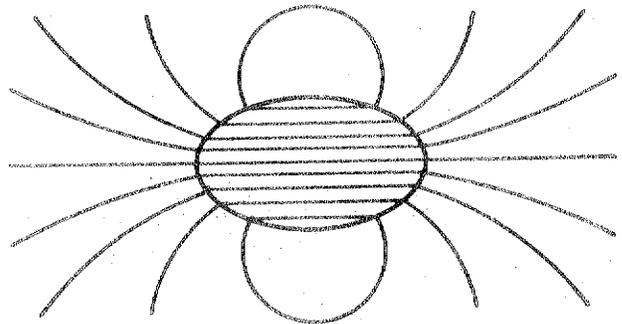
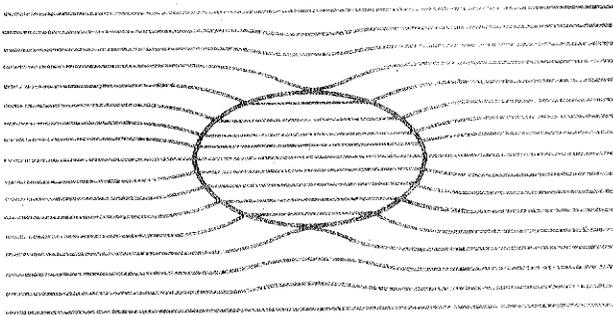
Dans le cas où l'échantillon est un *ellipsoïde*, un champ extérieur homogène crée un champ intérieur qui est également homogène (figure 1.2a). Le tenseur  $(N)$  prend une forme diagonale, si les trois axes du corps coïncident avec les directions X,Y,Z d'un système de coordonnées rectangulaires :

$$(1.16) \quad (N) = \begin{pmatrix} N_X & 0 & 0 \\ 0 & N_Y & 0 \\ 0 & 0 & N_Z \end{pmatrix} \quad N_X + N_Y + N_Z = 1$$

FIGURE 1.2 -- Ellipsoïde dans un champ homogène

(a)

(b)



La figure 1.2b montre la perturbation dipolaire du champ extérieur. Elle s'évanouit rapidement comme l'inverse du carré de la distance au centre et n'est mesurable qu'au voisinage de l'échantillon, où elle représente la transition entre les champs homogènes externe et interne.

Les éléments du tenseur  $(\chi)$  pour un ellipsoïde gyromagnétique (voir (1), p. 159) sont sensiblement :

$$(1.17) \quad \chi_{XX} = \frac{\omega_M \{(\omega_0 + j\alpha\omega) + N_Y \omega_M\}}{(\omega_R + j\alpha\omega)^2 - \omega^2}$$

$$\chi_{YY} = \frac{\omega_M \{(\omega_0 + j\alpha\omega) + N_X \omega_M\}}{(\omega_R + j\alpha\omega)^2 - \omega^2}$$

$$\chi_{YX} = -\chi_{XY} = \frac{j \omega \omega_M}{(\omega_R + j\alpha\omega)^2 - \omega^2}$$

Dans ces expressions,  $\omega_R$  est donné par l'équation de KITTEL :

$$(1.18) \quad \omega_R = \{(\gamma \cdot H_0^{\text{ext}} + (N_X - N_Z) \omega_M) (\gamma \cdot H_0^{\text{ext}} + (N_Y - N_Z) \omega_M)\}^{1/2}$$

et la fréquence de LARMOR  $\omega_0$  par l'expression :

$$(1.19) \quad \omega_0 = \gamma \cdot H_0^{\text{ext}} - N_Z \omega_M$$

Pour un *ellipsoïde de révolution* polarisé dans la direction Z (axe de révolution), les facteurs  $N_X$  et  $N_Y$  sont égaux ; alors, les expressions  $\chi_{XX}$  et  $\chi_{XY}$  deviennent identiques et prennent la forme de l'équation (1.11) :

$$(1.20) \quad \chi_{XX} = \chi_{XY} = \frac{(\omega_R + j\alpha\omega) \omega_M}{(\omega_R + j\alpha\omega)^2 - \omega^2} ; \quad \chi_{XX} = -\chi_{XY} = \frac{j \omega \omega_M}{(\omega_R + j\alpha\omega)^2 - \omega^2}$$

En même temps, la fréquence de KITTEL se simplifie :

$$(1.21) \quad \omega_R = \gamma \cdot H_0^{\text{ext}} + (N_t - N_Z) \omega_M \quad N_t = N_X = N_Y = N_{\text{transversal}}$$

Une *sphère* possédant trois facteurs démagnétisants identiques, résonne finalement sur la fréquence :

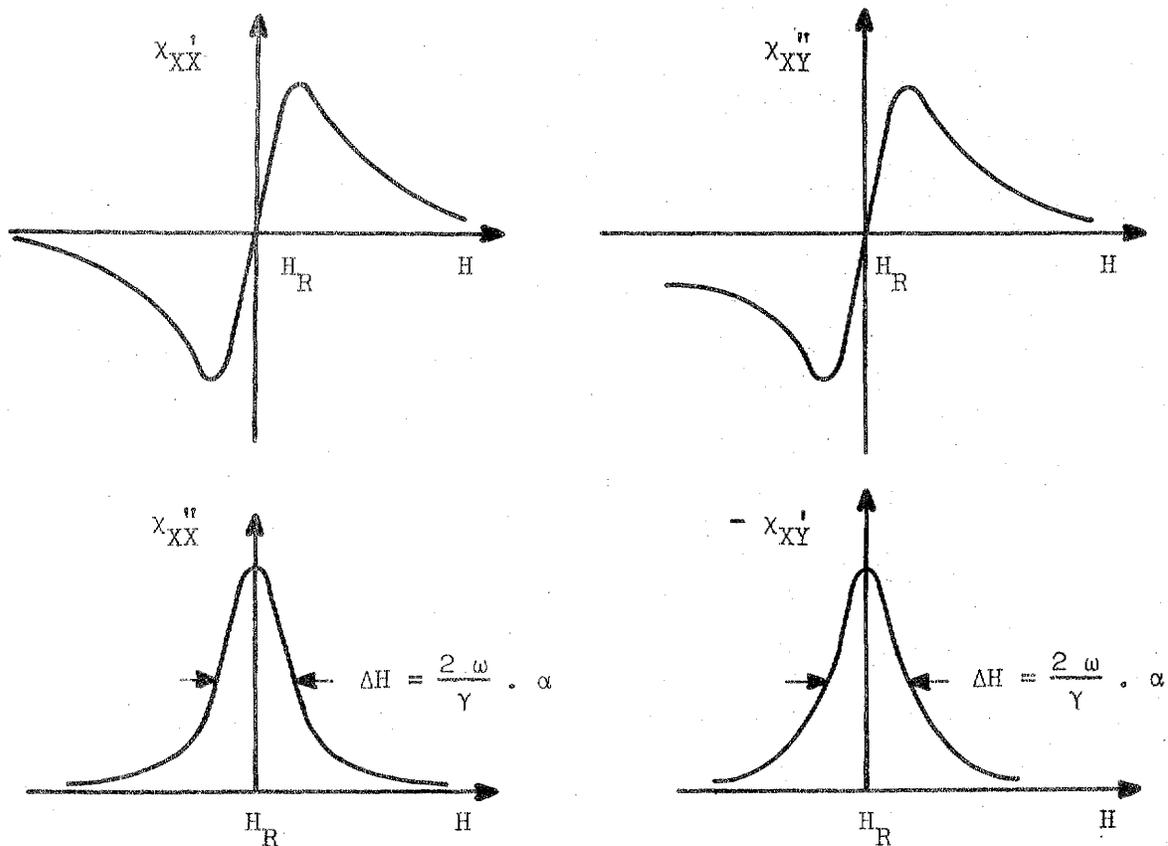
$$(1.22) \quad \omega_R = \gamma \cdot H_0^{\text{ext}}$$

Le tenseur  $(\chi)$  est celui de l'expression (1.20).

2.2 - EXPRESSION DES ELEMENTS DU TENSEUR DE SUSCEPTIBILITE EN TERMES DE CIRCUITS ELECTRIQUES

Si l'on trace la partie réelle et la partie imaginaire des expressions (1.20) pour une seule fréquence  $\omega$  en fonction du champ magnétique continu (proportionnel à  $\omega_R$ ), ces courbes (figure 1.3) rappellent l'allure de l'impédance d'un circuit parallèle près de la fréquence de résonance.

FIGURE 1.3 - Parties réelles et imaginaires des éléments du tenseur de susceptibilité d'un ferrite  $\omega = \text{constante}$



Par analogie, nous pouvons définir un facteur de surtension associé à la résonance gyromagnétique :

$$(1.23) \quad Q_g = H_R / \Delta H$$

où  $\Delta H$  est la largeur de raie à mi-hauteur de la partie imaginaire de la susceptibilité  $\chi_{XX}^2$ . Utilisant cette définition de  $Q_g$ , nous obtenons une relation entre  $Q_g$  et  $\alpha$  pour  $\alpha \ll 1$  :

$$(1.24) \quad \alpha = \frac{\omega_R}{\omega} \cdot \frac{1}{2 Q_g}$$

Posant également :

$$(1.25) \quad \frac{\omega_R^2 - \omega^2}{\omega_R^2} \approx \frac{\omega_R^2 - \omega^2}{\omega \omega_R} = - \left( \frac{\omega}{\omega_R} - \frac{\omega_R}{\omega} \right) = - \zeta_g$$

ce qui est usuel dans les calculs des circuits à grande surtension, les équations (1.20) s'écrivent près de la résonance :

$$(1.26) \quad \begin{aligned} \chi_{XX} &= \chi_{XX}' - j \chi_{XX}'' = \chi_{YY} = -j \frac{\omega_M}{\omega_R} Q_g \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g} \\ \chi_{XY} &= \chi_{XY}' - j \chi_{XY}'' = -\chi_{YX} = \frac{\omega}{\omega_R} \cdot \frac{\omega_M}{\omega_R} \cdot Q_g \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g} \end{aligned}$$

Cette forme est beaucoup plus maniable pour les opérations en hyperfréquences. Pour cette raison, nous allons l'utiliser exclusivement dans les chapitres suivants.

### 3 - INTERACTION D'UN CHAMP HYPERFREQUENCE AVEC UN ECHANTILLON GYROMAGNETIQUE DANS UNE CAVITE ELECTROMAGNETIQUE

#### 3.1 - IMPEDANCE D'UNE CAVITE EN REFLEXION

On sait que, pour un certain mode d'oscillation, une cavité, couplée à un guide, présente une impédance comparable à celle d'un circuit électrique oscillant. Habituellement, on normalise cette impédance sur l'impédance caractéristique du guide. Dans un plan de référence où la cavité se comporte comme un circuit série, l'impédance normalisée est :

$$(1.27) \quad Z = \frac{1}{\beta} (1 + j Q_o \zeta)$$

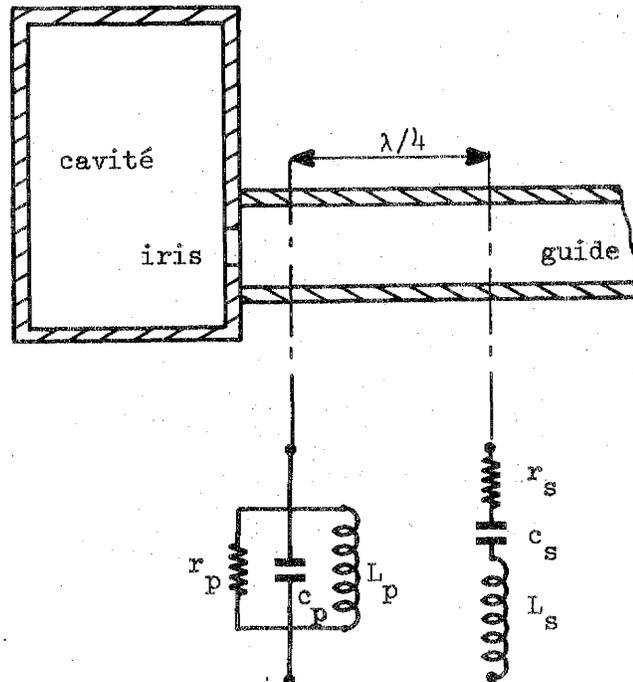
$\beta$  : coefficient de couplage cavité-guide,

$Q_o$  : facteur de surtension propre de la cavité,

$\zeta$  : désaccord relatif de la cavité.

Pour une cavité couplée au bout du guide par un iris (figure 1.4), ce plan est sensiblement à  $(2n-1) \cdot \lambda / 4$  de l'orifice,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Nous choisissons ce plan parce que l'expression pour l'impédance  $y$  est particulièrement simple.

FIGURE 1.4 - Cavité couplée au guide par un iris



Le système de couplage est entièrement décrit par le coefficient  $\beta$ . Si nous appelons  $Q_L$  le facteur de surtension de la cavité chargée par l'impédance de la ligne,  $\beta$  est défini comme :

(1.28)

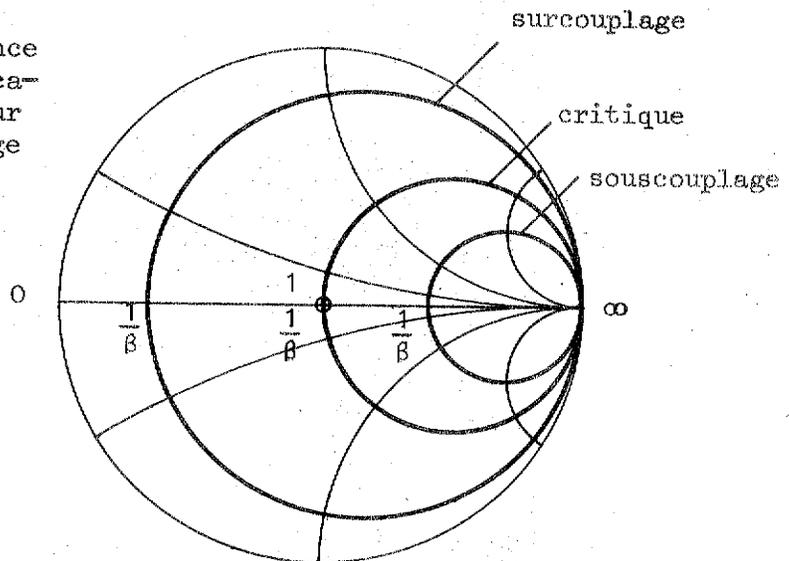
$$\beta = \frac{Q_o - Q_L}{Q_L}$$

On distingue trois cas particuliers :

$\beta > 1$	$Q_o > 2 Q_L$	surcouplage
$\beta = 1$	$Q_o = 2 Q_L$	couplage critique - adaptation à la résonance
$\beta < 1$	$Q_o < 2 Q_L$	souscouplage

La figure 1.5 (page 15) représente l'équation (1.27) sur l'abaque de SMITH pour les trois différents cas de couplage. On voit que  $\beta$  est simplement le taux d'ondes stationnaires provoqué par une cavité surcouplée à la résonance. Pour le souscouplage,  $\beta = 1/TOS$ . A un seul TOS peuvent alors correspondre deux valeurs de  $\beta$  différentes. C'est la phase de l'onde réfléchie qui nous indique si la cavité est sur ou souscouplée. On déduit facilement de la figure 1.5 et des relations entre  $Q_o$  et  $Q_L$  ci-dessus, qu'un noeud de l'onde stationnaire près du plan de l'iris (et par conséquent à  $n \cdot (\lambda/2)$  sur la ligne) caractérise une cavité souscouplée. Un maximum dans le même plan désigne une cavité surcouplée. On trouve facilement le plan précité sur la ligne en désaccordant la cavité. L'iris se comporte alors comme un court-circuit, et les noeuds sur la ligne marquent la position recherchée.

FIGURE 1.5 - Impédance d'une cavité à réflexion pour trois cas de couplage au guide



Le facteur de surtension d'une cavité est défini comme (voir (3), p. 349) :

$$(1.29) \quad Q_0 = 2 \pi \frac{\text{énergie emmagasinée}}{\text{énergie dissipée par cycle}} = 2 \frac{\lambda_0}{\delta} \frac{\iiint H^2 dV}{\iint H^2 |dS|}$$

H : champ magnétique hyperfréquence,

dV : élément de volume dans la cavité,

dS : élément de surface intérieure de la cavité,

δ : épaisseur de peau des parois,

λ<sub>0</sub> : longueur d'onde dans le vide.

On voit que le facteur de surtension n'est pas du tout déterminé par la géométrie et les propriétés électriques du matériau seules, mais aussi et avant tout par la configuration des champs à l'intérieur. Nous verrons l'importance de ce fait dans les chapitres suivants.

Le désaccord relatif ζ s'écrit explicitement :

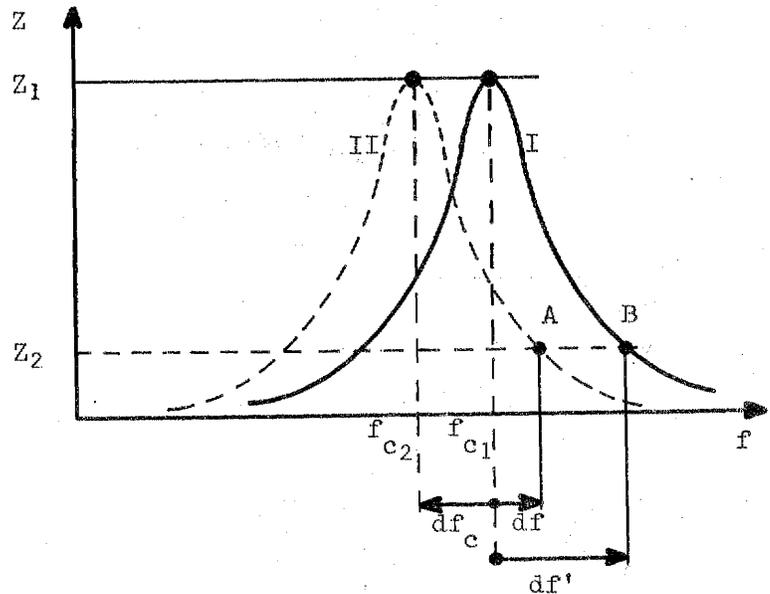
$$(1.30) \quad \zeta = \frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_c^2}{\omega_c \omega} = \frac{f^2 - f_c^2}{f_c f}$$

Les cavités ayant normalement des coefficients Q<sub>0</sub> très élevés (jusqu'à 50 000), la raie de résonance ne prend qu'une très faible bande de fréquence. Pour cette raison, on peut écrire que, près de la résonance : ω<sub>c</sub> ω ≈ ω<sub>c</sub><sup>2</sup> ; ω + ω<sub>c</sub> ≈ 2 ω<sub>c</sub> et ζ devient :

$$(1.31) \quad \zeta = 2 \frac{\omega - \omega_c}{\omega_c} = 2 \frac{f - f_c}{f_c} = 2 \frac{df}{f_c}$$

Pour faire varier l'impédance d'une cavité, on peut aussi bien changer la fréquence excitante que la fréquence de résonance, comme le montre la figure ci-dessous. La cavité résonne sur la fréquence  $f_{c1}$  et l'impédance dans un plan de résonance parallèle a la valeur  $Z_1$ . En accordant la cavité sur la nouvelle fréquence  $f_{c2}$  (changement  $df_c$ ) et en faisant varier la fréquence de  $df$  nous mesurons la nouvelle impédance  $Z_2$  (point A). Nous aurions obtenu le même résultat en changeant uniquement la fréquence excitante de :  $df' = df - df_c$  pourvu que la largeur des courbes I et II soit identique. Un grand facteur de surtension assure toujours la validité de cette supposition.

FIGURE 1.6 - Impédance d'une cavité en fonction de la fréquence  $f$  et de la fréquence de résonance  $f_c$



Ainsi, nous pouvons préciser dans l'équation (1.31) :

$$(1.32) \quad \zeta = 2 \left( \frac{df}{f_c} - \frac{df_c}{f_c} \right)$$

Un  $df$  ou un  $df_c$  est positif s'il est dirigé dans le sens de la fréquence croissante.

Dans le cas général, la fréquence de résonance peut même être complexe (la notion de fréquence complexe permet de traduire simultanément la variation de la fréquence de résonance et la variation du coefficient de surtension de la cavité). Ainsi, l'expression finale de l'impédance d'une cavité se présente sous la forme :

$$(1.33) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + j 2 Q_0 \left( \frac{df}{f_c} - \frac{df_c}{f_c} \right) \right)$$

dans un plan de résonance série.

### 3.2 - LA THEORIE DES PERTURBATIONS

Une cavité contient normalement un diélectrique isotrope, sans pertes considérables en général, dont les propriétés électromagnétiques sont caractérisées par les scalaires  $\epsilon_r \epsilon_0$  et  $\mu_r \mu_0$ . Une variation locale de ces propriétés provoque une distorsion des champs qui se traduit par une variation de l'énergie électromagnétique dans la cavité. On montre que ce changement d'énergie correspond à un désaccord de la cavité (voir <sup>(1)</sup>, p. 324) :

$$(1.34) \quad \frac{df_c}{f_c} = - \frac{dW}{W_0}$$

Une approximation du premier ordre consiste à dire que le changement d'énergie se produit seulement sur le volume perturbateur  $V_1$ ; soit par exemple un échantillon de perméabilité et permittivité différentes de celles du diélectrique dans la cavité. On considère alors la configuration des champs comme inchangée, hors de l'échantillon. C'est ce que l'on appelle une "perturbation faible". Dans ces conditions, on obtient pour le changement relatif de l'énergie dans la cavité (voir <sup>(1)</sup>, <sup>(2)</sup>, <sup>(4)</sup>, <sup>(5)</sup>) :

$$(1.35) \quad \frac{df_c}{f_c} = - \frac{dW}{W_0} = \frac{- \int_{V_1} (\epsilon_1 - \epsilon_0) e_1 e_0^* dV - \int_{V_1} (\mu_1 - \mu_0) h_1 h_0^* dV}{\epsilon_0 \int_{V_0} e_0 e_0^* dV + \mu_0 \int_{V_0} h_0 h_0^* dV}$$

Les grandeurs  $\epsilon_1$  et  $\mu_1$  peuvent être des tenseurs.  $\epsilon_r$  et  $\mu_r$  du diélectrique de la cavité sont supposés avoir la valeur unité.

Suivant (1.35), le désaccord de la cavité résulte d'une variation de l'énergie électrique et de l'énergie magnétique. On peut séparer les deux effets en plaçant l'échantillon à un endroit où le champ électrique est pratiquement nul et le champ magnétique maximal et vice versa. Ainsi on obtient la possibilité de mesurer séparément les propriétés magnétiques et électriques d'un matériau.

Nous allons utiliser la formule des perturbations pour étudier le couplage d'un échantillon gyromagnétique avec une cavité.

REMARQUE - Plusieurs auteurs ont montré que le critère général de validité de la théorie des perturbations est trop sévère : nous avons en effet affirmé ci-dessus que la variation d'énergie et des champs se produit seulement dans le volume perturbateur.

Dans leur note sur la théorie des perturbations des cavités, SPENCER, LECRAW et AULT <sup>(5)</sup>, constatent que le changement de configuration des champs *dans toute la cavité* doit rester faible pour que la théorie soit valable. Cela veut dire que la fréquence de résonance de la cavité ne doit pas varier beaucoup, même si le facteur de surtension subit des variations considérables.

BOUDOURIS <sup>(6)</sup> arrive à la même conclusion. Ainsi, la condition primordiale pour la validité de notre formule s'exprime par :

$(df_c/f_c) \ll 1$ ,  $f_c'$  étant la partie réelle de la fréquence de résonance de la cavité.

RODEANU et MANDACHE (7) ont également étudié les limitations de la théorie des perturbations. Ils donnent entre autres une valeur admissible de  $10^{-7}$  pour le facteur de remplissage, si l'échantillon possède une largeur de raie de quelques dixièmes d'oersted.

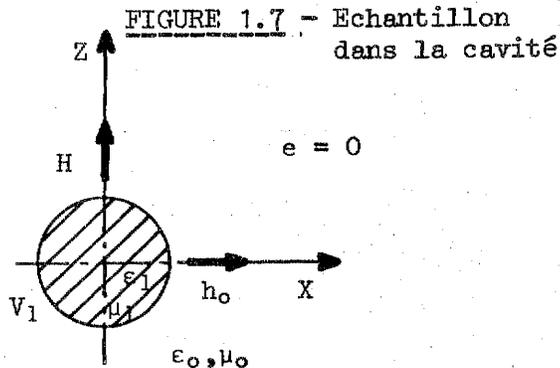
Nous allons tenir compte de ces restrictions dans la partie expérimentale de ce travail.

### 3.3 - EQUIVALENCE AVEC DEUX CIRCUITS COUPLES

Considérons un échantillon gyromagnétique, par exemple une petite sphère de ferrite, dans une cavité. Sa permittivité est pratiquement indépendante de la fréquence et elle est de l'ordre de  $15 \epsilon_0$ . Supposons que cette sphère soit placée en un endroit de champ magnétique maximal et que son diamètre soit suffisamment petit pour que l'on puisse considérer le champ homogène dans le volume  $V_1$  qu'il délimite. L'influence du champ électrique est négligeable à cet endroit, la variation  $df_c/f_c$  ne dépend que des propriétés magnétiques de l'échantillon.

Soit  $X$  la direction du champ alternatif  $h_0$ , et polarisons la sphère par un champ  $H$  dans la direction  $Z$  perpendiculaire à  $X$  :

L'énergie magnétique et l'énergie électrique moyennes dans la cavité sont, malgré la faible perturbation, pratiquement identiques. Ainsi, le dénominateur de (1.35) peut s'écrire :



$$\epsilon_0 \int_{V_0} e_0 e_0^* dV + \mu_0 \int_{V_0} h_0 h_0^* dV = 2 \mu_0 \int_{V_0} h_0 h_0^* dV$$

Transformons aussi le numérateur de cette équation en posant :

$$((\mu_1) - \mu_0) h_1 = \mu_0 (X^i) h_1 = \mu_0 (X) h_0$$

$(\mu_1)$  : tenseur de perméabilité,

$(X^i)$  : tenseur de susceptibilité interne,

$(X)$  : tenseur de susceptibilité externe.

Enfin, le désaccord complexe d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique devient, dans les conditions précitées :

$$(1.36) \quad \frac{df_c}{f_c} = -\frac{1}{2} \chi_{XX} \frac{\int_{V_1} h_o h_o^* dV}{\int_{V_o} h_o h_o^* dV} = -\frac{1}{2} \chi_{XX} \eta$$

$\eta$ , le rapport des deux intégrales, est appelé facteur de remplissage. Il a été introduit par FEHER (8) dans son article classique sur la spectrométrie électronique paramagnétique.

Portons maintenant l'expression pour le désaccord de la cavité (1.36) dans la formule (1.33) afin d'obtenir l'influence de l'échantillon résonnant sur l'impédance d'entrée de la cavité :

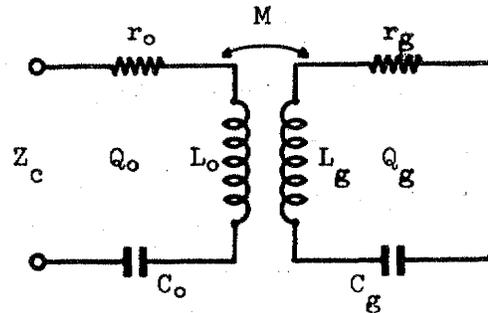
$$(1.37) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + j 2 Q_o \frac{df}{f_c} + j Q_o \chi_{XX} \eta \right)$$

Si nous remplaçons encore  $\chi_{XX}$  par la formule (1.26) et l'expression réelle :  $2 \cdot (df/f_c)$  par  $\zeta_o$ , l'impédance :

$$(1.38) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + j Q_o \zeta_o + \kappa \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g} \right) \quad \text{avec } \kappa = \frac{\omega_M}{\omega_R} Q_o Q_g \cdot \eta$$

correspond exactement à l'impédance d'un circuit série auquel un deuxième circuit résonnant est couplé par une inductivité mutuelle.

FIGURE 1.8 - Schéma équivalent d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique



Avec les règles de la théorie des circuits, on trouve, pour une telle configuration :

$$(1.39) \quad \frac{Z_c}{r_o} = 1 + j Q_o \zeta_o + \kappa \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g} \quad \text{avec } \kappa = \frac{M^2 \omega^2}{r_o r_g}$$

L'équivalence entre une cavité chargée par un échantillon gyromagnétique et deux circuits oscillants couplés est alors montrée. Nous trouvons d'ailleurs le même résultat que BOUTHINON (9) qui, partant de la théorie de MIKAELYAN et al. (10), a calculé le coefficient  $\kappa$  (coefficient de couplage cavité-échantillon) en étudiant la répartition de l'énergie dans l'ensemble.

Finalement, nous pouvons présenter les correspondances suivantes :

	Ensemble cavité - matériau gyromagnétique	Circuits oscillants couplés
Impédance spécifique	$z \cdot \beta$	$\frac{Z}{r_o}$
Facteur de sur- tension primaire	$Q_o = 2 \frac{\lambda_o}{\delta} \frac{\iiint H^2 dV}{\lambda_o \iint H^2  dS }$	$Q_o = \frac{\omega L_o}{r_o} = \frac{1}{r_o \omega C_o}$
Facteur de sur- tension secondaire	$Q_g = \frac{H_R}{\Delta H} = \frac{H_R \gamma}{2 \omega \alpha}$	$Q_g = \frac{\omega L_g}{r_g} = \frac{1}{r_g \omega C_g}$
Coefficient de couplage $\kappa$	$\kappa = \frac{\omega_M}{\omega_R} Q_g Q_o \eta$	$\kappa = \frac{M^2 \omega^2}{r_o r_g}$

Grâce à cette équivalence, il nous est possible de traiter le problème cavité-échantillon avec les méthodes classiques des circuits couplés. Les résultats nous donnent des informations sur les paramètres du matériau gyromagnétique.

La méthode des circuits couplés est avant tout utile à la détermination de la largeur de raie de la résonance gyromagnétique, particulièrement s'il s'agit de raies très étroites (quelques dixièmes d'oersted seulement). C'est le cas des grenats de fer-yttrium monocristallins et des matériaux paramagnétiques.

Dans le chapitre suivant, nous indiquerons deux méthodes de mesure de  $Q_{og}$  en représentant le comportement cavité-échantillon dans le plan de GAUSS et sur l'abaque de SMITH pour deux cas particuliers.

### 3.4 - REPRESENTATION DE L'INTERACTION CAVITE-ECHANTILLON GYROMAGNETIQUE DANS LE PLAN DE GAUSS ET SUR L'ABAQUE DE SMITH

Lorsqu'on étudie une impédance quelconque, une représentation de la fonction dans un plan complexe est toujours utile. Ainsi, on voit surtout les valeurs particulières des propriétés caractéristiques, des critères de couplage. De plus, la construction géométrique est en général plus facile que le calcul complexe souvent ennuyeux.

Les constructions dans le plan de GAUSS sont particulièrement simples. La partie réelle et imaginaire aussi bien que le module et l'argument de l'impédance se déduisent directement du diagramme.

Parmi les avantages de l'abaque de SMITH, nous citons d'abord la présentation de toutes les impédances à partie réelle positive sur une surface limitée et la lecture directe du facteur de réflexion en module et phase.

Nous nous proposons de représenter l'équation (1.38) :

$$z = \frac{1}{\beta} (1 + j Q_o \zeta_o) + \frac{\kappa}{\beta} \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g}$$

(qui est celle d'une cavité couplée à un échantillon de grenat) sur les deux plans précités.

Le comportement de cette impédance ne nous intéresse guère que dans une bande très étroite près de la résonance de la cavité. De toute façon, le mode dans la cavité doit être univoque pour que la configuration des champs soit bien déterminée. Dans cette plage, nous pouvons considérer que les grandeurs suivantes sont pratiquement constantes, pourvu que la théorie des perturbations reste valable :

1. le coefficient de couplage cavité-guide  $\beta$
2. le coefficient de couplage cavité-échantillon  $\kappa$
3. le facteur de surtension de la cavité  $Q_o$
4. le facteur de surtension de l'échantillon  $Q_g$

Le désaccord relatif  $\zeta_o$  de la cavité ne dépend que de la fréquence, pendant que  $\zeta_g$  est à la fois une fonction de la fréquence et du champ magnétique polarisant l'échantillon :

$$\zeta_o = \frac{f}{f_c} - \frac{f_c}{f} \approx \frac{2 df}{f_c} \quad ; \quad \zeta_g = \frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \quad ; \quad f_R = \frac{\omega_R}{2\pi}$$

Pour étudier séparément l'influence de ces deux paramètres : fréquence et champ magnétique, nous ne ferons varier qu'une de ces grandeurs en maintenant l'autre constante à une valeur bien déterminée.

#### 3.4.1 - Champ magnétique variable, la fréquence excitante demeurant constante et égale à la fréquence de résonance de la cavité non perturbée

Du fait que  $\zeta_o$  s'annule à la fréquence de résonance de la cavité, l'expression pour l'impédance  $z$  (équation (1.38)) se simplifie :

$$(1.40) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \kappa \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g} \right)$$

Couplons la cavité au guide dans les conditions du couplage critique ( $\beta = 1$ ) afin d'obtenir une sensibilité optimale, c'est-à-dire un effet maximal de l'échantillon sur l'impédance de la cavité (voir, par exemple, (8), (11), (12), (13)).

Dans ce cas-là, on obtient :

(1.4f)

$$z = 1 + \kappa \frac{1}{1 + j Q_g \zeta_g}$$

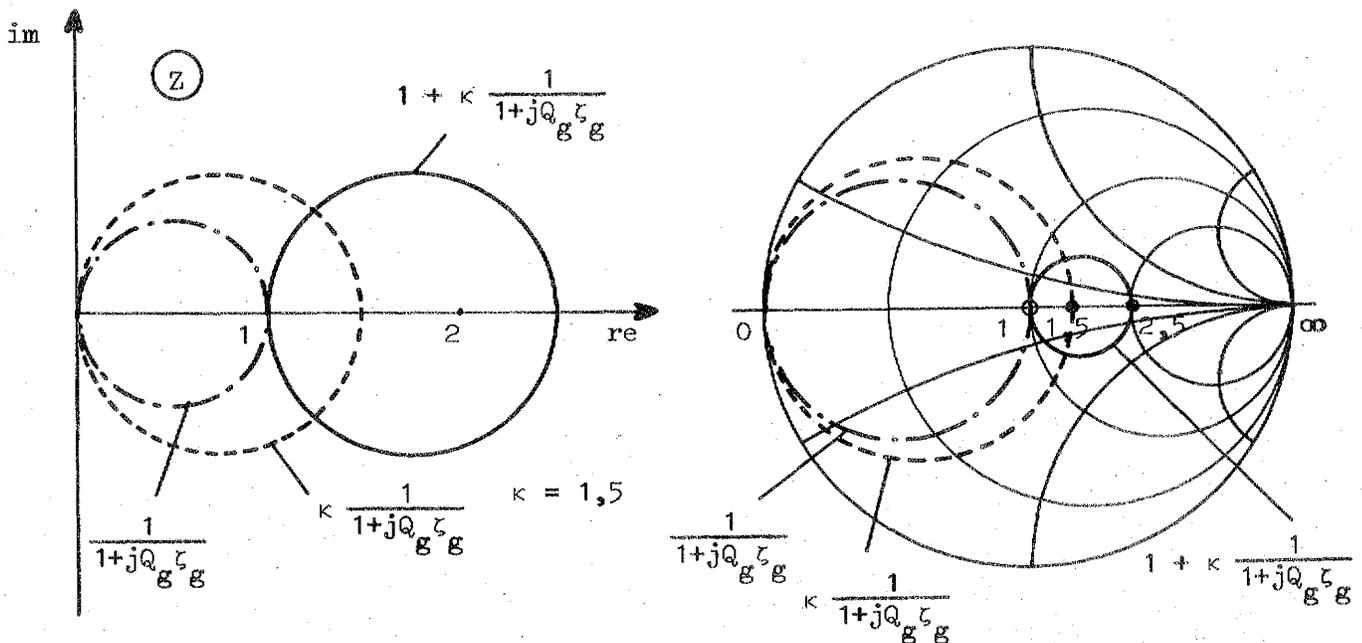
avec  $\zeta_g = \frac{H_R}{H} - \frac{H}{H_R} \approx -2 \frac{dH}{H_R}$  ( $H_R$  est le champ de résonance).

Dans le plan de GAUSS, l'expression  $1 / (1 + j Q_g \zeta_g)$  représente un cercle symétrique par rapport à l'axe réel qu'il coupe aux points  $z = 0$  et  $z = 1$  (voir figure 1.9a). Il en est de même sur l'abaque de SMITH (figure 1.9b). Une multiplication par  $\kappa$  (nous choisissons arbitrairement  $\kappa = 1,5$ ) augmente le diamètre du cercle dans le plan de GAUSS de façon qu'il coupe l'axe réel au point  $z = 1,5$  au lieu de  $z = 1$ . Si l'on ajoute encore une résistance constante, le cercle se déplace dans le plan complexe sans variation du diamètre. Par contre, sur l'abaque de SMITH, le diamètre change avec le déplacement ainsi que la graduation, comme nous le verrons plus tard.

FIGURE 1.9 - Construction de  $z$

a) dans le plan de GAUSS

b) sur l'abaque de SMITH



Le coefficient de réflexion est le vecteur partant du centre de l'abaque de SMITH et dont la pointe se déplace sur la courbe caractéristique de  $z$  en fonction du paramètre - du champ magnétique dans notre cas.

Les méthodes de graduation des courbes sur les abaques sont décrites dans l'annexe A.I.

La figure 1.10, un peu plus détaillée et graduée en champ magnétique normalisé, montre que le coefficient de réflexion R en fonction de H se comporte exactement comme l'impédance d'un circuit parallèle en fonction de la fréquence. Seulement la phase est inversée, comme on voit sur les figures ci-dessous.

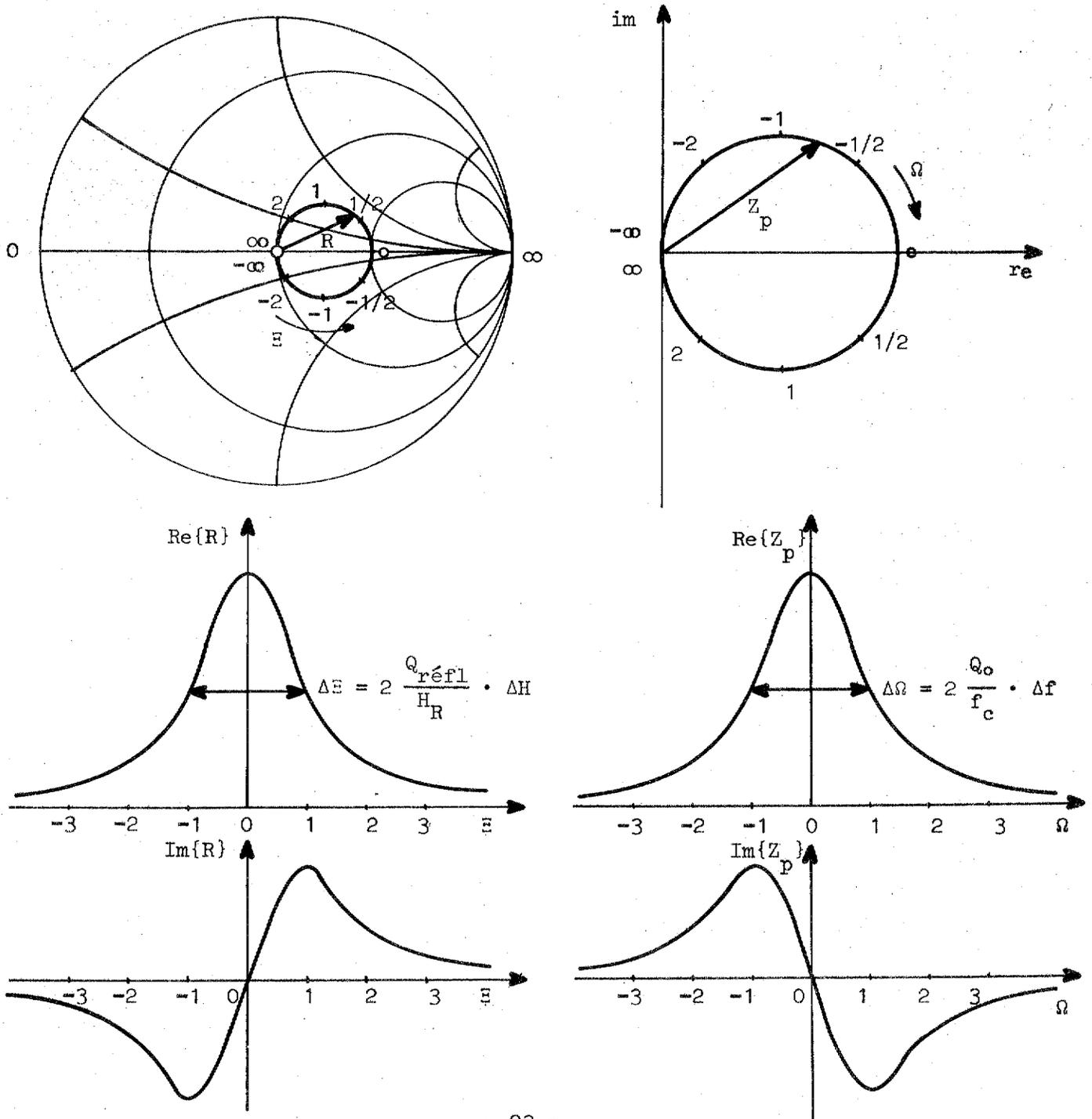
Figure 1.10a

FIGURES 1.10

Figure 1.10b

$E = Q_g \zeta_g =$  champ normalisé

Comparaison du coefficient de réflexion d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique en fonction du champ magnétique polarisant (a) et de l'impédance d'un circuit parallèle en fonction de la fréquence (b).



R se mesure facilement car, par définition, il représente le rapport des ondes réfléchie et incidente :

$$(1.42) \quad |R| = \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{P_{\text{réfl}}}{P_{\text{incid}}}} = \frac{\text{TOS} - 1}{\text{TOS} + 1}$$

Ainsi, on peut définir une largeur de raie du coefficient de réflexion ou de la puissance réfléchie à mi-hauteur et un facteur de surtension  $Q_{\text{réfl}}$  associé :

$$(1.43) \quad Q_{\text{réfl}} = \frac{H_R}{\Delta H_{\text{réfl}}}$$

En utilisant l'expression :

$$(1.44) \quad R = \frac{z - 1}{z + 1}$$

nous calculons la relation entre la surtension de la résonance gyromagnétique  $Q_g$  et celle du coefficient de réflexion  $Q_{\text{réfl}}$ .  $z$  est donné par l'équation (1.41). Nous obtenons alors :

$$(1.45) \quad R = \frac{\kappa \frac{1}{1 + jQ_g \zeta_g}}{2 + \kappa \frac{1}{1 + jQ_g \zeta_g}} = \frac{\kappa}{\kappa + 2} \frac{1}{1 + j \frac{2}{\kappa + 2} Q_g \zeta_g}$$

R est de la forme :

$$(1.46) \quad R = \frac{\kappa}{\kappa + 2} \frac{1}{1 + jQ_{\text{réfl}} \zeta_g}$$

avec :

$$(1.47) \quad Q_{\text{réfl}} = Q_g \cdot \frac{2}{\kappa + 2}$$

Il nous faut encore déterminer  $\kappa$ , par exemple en mesurant le coefficient de réflexion à la résonance de l'échantillon. Pour  $\zeta_g = 0$ , nous déduisons de l'équation (1.46) :

$$(1.48) \quad R_{\text{rés}} = \frac{\kappa}{\kappa + 2} \longrightarrow \kappa = 2 \frac{R_{\text{rés}}}{1 - R_{\text{rés}}}$$

Finalement, nous obtenons une expression pour  $Q_g$  en fonction de  $Q_{\text{réfl}}$  et  $R_{\text{rés}}$  :

$$(1.49a) \quad Q_g = Q_{\text{réfl}} \frac{1}{1 - R_{\text{rés}}}$$

ou en fonction du TOS correspondant :

$$(1.49b) \quad Q_g = \frac{Q_{\text{réfl}}}{2} (1 + \text{TOS}_{\text{rés}})$$

*Cette formule indique une méthode de mesure de la largeur de raie de la résonance gyromagnétique.*

En mesurant la surtension du coefficient de réflexion de la cavité en fonction du champ polarisant et son module à la résonance de l'échantillon, on obtient la surtension du matériau suivant l'équation (1.49).

3.4.2 - Fréquence excitante variable, le champ magnétique étant constant et tel que l'échantillon résonne sur la fréquence de résonance de la cavité

Le désaccord relatif est, dans ce second cas, le même pour les deux résonateurs.  $\zeta_o = \zeta_g = \zeta$ . L'impédance devient alors :

$$(1.50) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + j Q_o \zeta + \kappa \frac{1}{1 + j Q_g \zeta} \right)$$

Nous représentons séparément les deux parties :

$$\frac{1}{\beta} (1 + j Q_o \zeta) \quad \text{et} \quad \frac{\kappa}{\beta} \frac{1}{1 + j Q_g \zeta}$$

Nous graduons les courbes en fréquence et obtenons ensuite  $z$  en effectuant la sommation point par point correspondants. La construction est exposée dans l'annexe A.II. Tous les différents types de courbes que l'on obtient suivant les valeurs pour  $\beta$ ,  $\kappa$  et  $Q_g/Q_o$ ,  $y$  sont tracés. On voit encore, dans l'annexe A.II, que dans le cas d'une courbe présentant une boucle à la résonance (couplage surcritique de l'échantillon à la cavité), on a :

$$(1.51) \quad \kappa \cdot \frac{Q_g}{Q_o} > 1$$

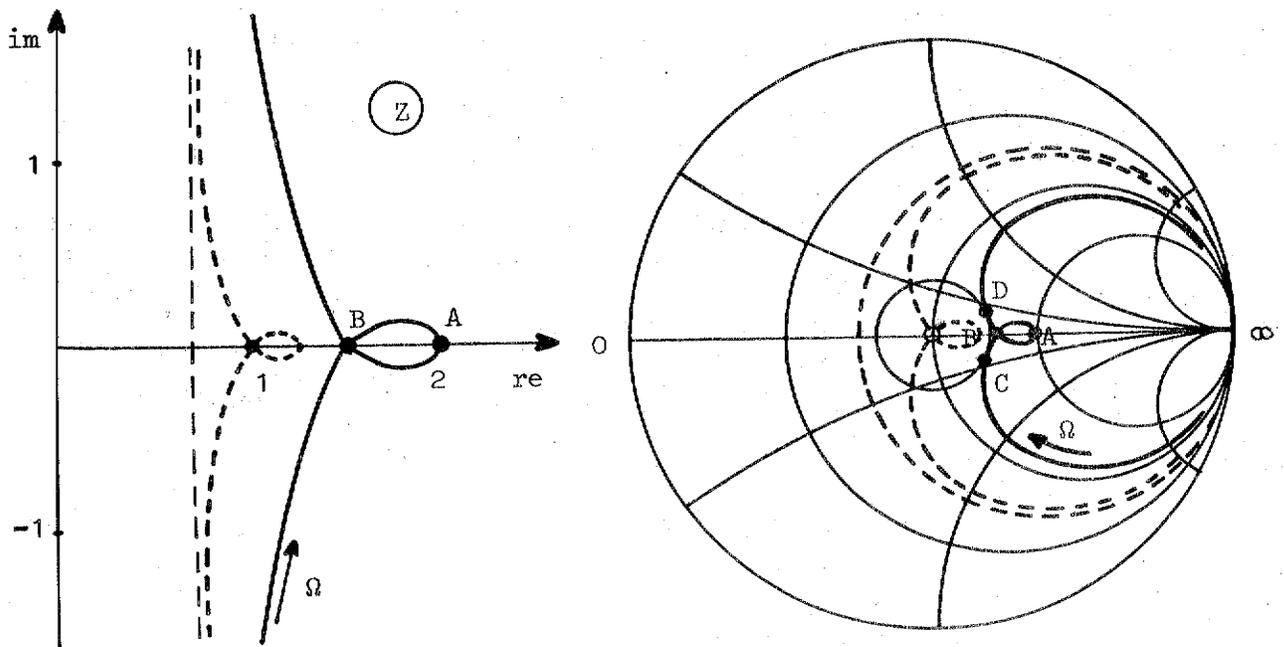
Supposons, dans ce qui suit, que cette condition soit satisfaite. La courbe de  $z$  prend alors l'allure de la figure 1.11. Nous voulons nous intéresser particulièrement à la figure 1.11b. Quatre points particuliers A - D y sont indiqués.

FIGURES 1.11

Impédance de la cavité chargée par un échantillon gyromagnétique

a) dans le plan de GAUSS

b) dans l'abaque de SMITH



LE POINT A : c'est l'impédance à la fréquence de résonance  $f_0$ . Le désaccord étant nul, la cavité présente une impédance réelle :

$$(1.52) \quad z_A = \frac{1}{\beta} (1 + \kappa)$$

LES POINTS C ET D : ce sont les points de la courbe les plus proches du centre de l'abaque. Ici, le coefficient de réflexion est minimal.

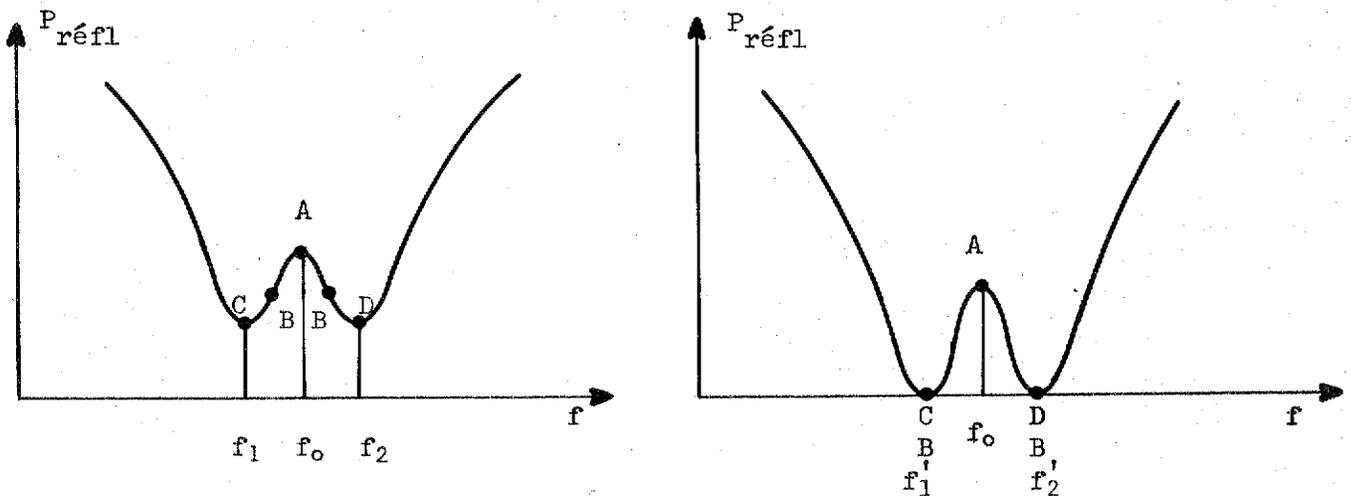
Si l'on trace la puissance réfléchie de la cavité en fonction de la fréquence, les points C et D sont parfaitement reconnaissables, aussi bien que le point A (voir figure 1.12a).

FIGURES 1.12

Puissance réfléchie par la cavité chargée d'un échantillon gyromagnétique sur la fréquence

a) cas général

b) cas particulier



LE POINT B : le seul point double (l'équation (1.51) indique la condition de son existence) se trouve sur l'axe réel par raison de symétrie. Alors :

$$(1.53) \quad \text{Im}\{z\} = 0 \quad \text{pour : } \zeta \neq 0$$

L'équation (1.50) se décompose en partie réelle et imaginaire :

$$(1.54) \quad z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \kappa \frac{1}{1 + Q_g^2 \zeta^2} \right) + j \frac{1}{\beta} \left( Q_0 \zeta - \kappa \frac{Q_g \zeta}{1 + Q_g^2 \zeta^2} \right)$$

La condition  $\text{Im}\{z\} = 0$  nous donne :

$$(1.55) \quad \kappa \frac{1}{1 + Q_g^2 \zeta^2} = \frac{Q_o}{Q_g}$$

Pour le point B, nous pouvons alors remplacer l'expression  $\kappa \frac{1}{1 + Q_g^2 \zeta^2}$  par  $Q_o/Q_g$  et nous obtenons l'impédance réelle :

$$(1.56) \quad z_B = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \frac{Q_o}{Q_g} \right)$$

Le point B est alors le seul endroit où l'impédance de la cavité ne dépend pas du coefficient de couplage cavité-échantillon  $\kappa$ . Il est évident aussi que, pour des valeurs fixes de  $Q_o$  et  $Q_g$ , la position du point B sur l'axe réel dépend uniquement du coefficient de couplage cavité-guide  $\beta$ .

En faisant varier  $\beta$  de façon que le point B se déplace vers la valeur  $z = 1$  (courbes pointillées dans les figures 1.11 a et b), on ramène simultanément les points de réflexion minimale au centre de l'abaque. La puissance réfléchie atteint alors, pour deux fréquences, la valeur zéro, comme le montre la figure 1.12b. C et D coïncident avec B.

Dans ce cas-là, nous pouvons préciser l'équation (1.56) :

$$(1.57) \quad \frac{1}{\beta} \left( 1 + \frac{Q_o}{Q_g} \right) = 1$$

De cette équation, nous déduisons :

$$(1.58) \quad Q_g = \frac{Q_o}{\beta - 1}$$

*Cette formule indique une méthode de mesure de la largeur de raie de la résonance gyromagnétique.*

En mesurant le facteur de surtension  $Q_o$  de la cavité vide et le coefficient de couplage cavité-guide  $\beta$  dans le cas où l'on obtient une adaptation du système cavité-échantillon au guide pour deux fréquences, on peut déterminer la surtension propre  $Q_g$  de l'échantillon gyromagnétique. La connaissance du couplage cavité-échantillon n'est pas nécessaire. Le coefficient  $\kappa$  change uniquement les fréquences pour lesquelles la puissance incidente est entièrement absorbée, mais il doit être suffisamment grand afin que la courbe de  $z$  présente une boucle ( $\kappa(Q_g/Q_o) > 1$ ).

Nous calculons la largeur de raie (1.23) :

$$\Delta H = H_R / Q_g$$

en divisant le champ de résonance  $H_R$  par la surtension obtenue ci-dessus. Ce champ est lié à la fréquence de résonance par l'équation de KITTEL (1.18), où  $H_R = H_o^{\text{ext}}$ . Pour un échantillon sphérique, cette relation est très simple:

$$H_R = \frac{\omega_R}{\gamma} = \frac{\omega_C}{\gamma}$$

#### 4 - CONCLUSION

---

Dans cette première partie, nous avons démontré l'équivalence d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique avec deux circuits oscillants couplés. En exprimant la susceptibilité du matériau en termes de circuits oscillants et en appliquant la théorie des perturbations à la cavité, nous sommes en état d'étudier le comportement des deux résonateurs couplés par les moyens classiques (plan de GAUSS, abaque de SMITH, théorie des circuits couplés).

Nous nous sommes intéressés à deux cas particuliers. D'abord la fréquence restait constante à la résonance de la cavité vide, et le champ magnétique polarisant l'échantillon était variable. Puis le champ prenait une valeur constante de telle sorte que l'échantillon résonnait sur la même fréquence que la cavité, pendant que la fréquence excitante se déplaçait.

Dans les deux cas, la représentation de l'impédance de la cavité dans le plan de GAUSS et sur l'abaque de SMITH nous conduisait à des équations simples permettant de calculer la surtension propre de la résonance gyromagnétique, ou la largeur de raie du matériau, à partir de grandeurs directement mesurables.

*DEUXIEME PARTIE*



Nous présentons dans cette partie la réalisation d'un appareillage destiné à la mesure de largeurs de raies très faibles (quelques dixièmes d'Oersted) sur la base de la formule 1.58 :

$$Q_g = \frac{Q_o}{\beta - 1}$$

dont nous avons montré l'origine dans le chapitre 3.4.2 de la première partie.

Cette méthode a l'avantage de ne pas nécessiter un magnétomètre suffisamment précis pour déterminer la faible variation du champ magnétique entre les deux points à mi-hauteur du coefficient de réflexion ; de plus, la définition du champ correspondant à ces deux points devient de plus en plus problématique, si la largeur de raie diminue.

La même difficulté s'oppose à la mesure précise de la largeur de raie d'un échantillon gyromagnétique dans un guide. Le principe de cette méthode est de détecter la puissance réfléchie par un échantillon placé dans un guide court-circuité et de mesurer la différence des champs à mi-hauteur de la courbe d'absorption. Cette différence est une fonction du couplage échantillon-guide qui, de son côté, dépend de la distance entre le court-circuit et l'échantillon. La valeur de la largeur de raie propre au corps seul se détermine par extrapolation pour un couplage nul.

Cette dernière méthode, décrite par BERTEAUD et al. (14), DESORMIERE (15) et BADI (16) garantit au maximum une précision de  $\pm 10\%$ . De plus, la nécessité d'extrapoler est un désavantage considérable.

Dans la méthode de MASTERS et al. (17), le champ de rayonnement de l'échantillon est mesuré à l'aide d'une petite self au voisinage du résonateur. Mais la difficulté de mesurer les champs exactement à mi-hauteur d'une courbe à flancs très raides persiste.

La méthode que nous avons utilisée ici est une mesure dynamique en fréquence. Bien que l'on préfère tenir constante la fréquence afin de conserver les propriétés du montage, nous avons choisi cette méthode en raison de la faible plage (2 à 3 MHz seulement) dans laquelle nous travaillons. Dans ces conditions, les valeurs caractéristiques des divers éléments du montage (courts-circuits, coupleurs, adaptateurs) et la puissance du klystron peuvent être considérées comme constantes sur cette gamme.

Naturellement, il faut que dans la conception expérimentale nous tenions compte des effets perturbateurs ou non linéaires que nous avons négligés dans le traitement théorique du problème. Ceux-ci sont :

- . l'apparition d'oscillations parasites de l'échantillon due à une excitation non uniforme (modes magnétostatiques)
- . l'excitation d'ondes de spin à la suite d'une puissance hyperfréquence trop grande
- . modes parasites dans la cavité
- . perturbation trop grande de la cavité
- . perturbation de l'échantillon due à la réflexion de son propre champ de rayonnement sur les parois (effet de mur).

Nous allons donc chercher et décrire les moyens par lesquels on peut supprimer ces effets perturbateurs, ou au moins indiquer les conditions dans lesquelles ils sont négligeables.

L'ensemble expérimental contient en raison de la formule précitée :

- . un dispositif permettant de faire varier le coefficient de couplage cavité-guide  $\beta$  et de mesurer simultanément sa valeur, et :
- . un dispositif capable de mesurer le facteur de surtension propre  $Q_0$  de la cavité avec précision.

Toute une gamme d'appareils auxiliaires fait partie du montage. Parmi ceux-ci, nous décrirons également dans cette partie ceux qui ont été construits spécialement à notre usage.

## 1 - LES ELEMENTS FONDAMENTAUX DU MONTAGE

### DESTINE A LA MESURE DE LA LARGEUR DE RAIE GYROMAGNETIQUE

---

Le coeur du montage est naturellement la cavité électromagnétique qui contient l'échantillon gyromagnétique. Celui-ci est une petite sphère de grenat de fer-yttrium (YIG) monocristallin, dont la surface est soigneusement polie et dont la forme est aussi parfaite que possible.

La fréquence à laquelle nous travaillons est de 9 GHz (bande X). Nous utilisons donc les éléments classiques de la technique des guides d'onde normalisés.

Les sources hyperfréquences dont nous disposons sont des klystrons ordinaires (VARIAN X.13.B et VA.203.B) ainsi qu'un générateur hyperfréquence wobulé à puissance de sortie constante quelle que soit la fréquence, grâce à des diodes PIN.

#### 1.1 - L'ECHANTILLON GYROMAGNETIQUE

##### 1.1.1 - Propriétés générales

L'échantillon est, comme déjà dit, un grenat de fer-yttrium (Yttrium Iron Garnet) monocristallin en forme de sphère.

La formule chimique de ce matériau, dont la première préparation est due à BERTAUT et FORRAT (<sup>34</sup>), est  $Y_3Fe_2(FeO_4)_3$ . Des sphères soigneusement polies avec une structure cristalline impeccable et une grande précision de forme atteignent des largeurs de raie inférieures à 0,3 Oe.

Le diamètre de ces sphères est habituellement de 0,2 à 1,5 mm environ. Elles sont alors relativement petites et il faut prendre beaucoup de précautions afin de ne pas détériorer leur surface délicate ou, par malchance, les égarer !

Les échantillons sont également sensibles à un échauffement exagéré, soit par une source de chaleur externe, soit par absorption d'énergie à la résonance, si la puissance de l'onde incidente est trop grande (nous reviendrons encore sur la puissance admissible, particulièrement en raison de son influence sur la largeur de raie du grenat).

L'anisotropie magnétique de l'YIG est relativement faible (champ d'anisotropie  $H_A = K/M_0 = -45$  Oe,  $K =$  constante de densité de l'énergie d'anisotropie). Son aimantation de saturation est de 1780 G.

### 1.1.2 - Propriétés hyperfréquences

Dans la première partie, nous avons admis que les spins sont tous alignés et que le champ excitateur les entraîne dans une précession uniforme sur tout le volume de l'échantillon.

En réalité, la précession uniforme n'est pas la seule oscillation propre d'un échantillon gyromagnétique. La détermination du spectre complet de ces oscillations dans un échantillon de forme et aimantation arbitraires n'est pratiquement pas possible. Mais, sous la condition que la forme du grenat soit telle que l'aimantation soit uniforme sur tout son volume, on arrive à déterminer certaines valeurs propres du problème général.

A chaque oscillation propre correspond une certaine structure de l'aimantation dont la périodicité moyenne est caractérisée par une longueur d'onde magnétique  $\lambda_m$  dans le milieu. Evidemment, nous attribuons à chacune de ces valeurs une fréquence  $f$  à laquelle correspond une onde électromagnétique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ .

La structure du milieu est caractérisée par la distance interatomique  $d$  (de l'ordre de  $10^{-8}$  cm), tandis que l'échantillon lui-même est caractérisé par ses dimensions macroscopiques extrêmes  $l_{\max}$  et  $l_{\min}$ .

A l'aide de ces dimensions, on peut distinguer trois groupes différents d'oscillations dans un échantillon gyromagnétique.

#### A - OSCILLATIONS DIELECTROMAGNETIQUES

Les dimensions de l'échantillon sont de l'ordre de la longueur d'onde dans le milieu :

$$l_{\max} \neq \lambda / \sqrt{\epsilon_r}$$

$\epsilon_r =$  constante diélectrique du matériau. Les éléments du tenseur de perméabilité sont supposés être de l'ordre de l'unité. La périodicité de l'aimantation est grande par rapport à la distance interatomique :  $\lambda_m \gg d$ .

Les bases du calcul de ces oscillations sont les équations de MAXWELL. La fréquence est déterminée par les paramètres macroscopiques du matériau  $\epsilon$  et  $(\mu)$ , les dimensions et la forme de l'échantillon.

Ces oscillations propres, comparables à celles d'une cavité diélectrique, ne nous concernent pas, parce que les dimensions de notre échantillon sont toujours petites par rapport à la longueur d'onde.

## B - OSCILLATIONS MAGNETOSTATIQUES

Les dimensions de l'échantillon sont petites par rapport à la longueur d'onde, mais très supérieures à la distance entre les spins :

$$\ell_{\max} \ll \lambda / \sqrt{\epsilon_r} \qquad \ell_{\min} \gg d$$

De plus, la périodicité de l'aimantation est grande par rapport à la distance interatomique :  $\lambda_m \gg d$ , de sorte que l'on peut négliger les effets de propagation et traiter ce cas comme un problème magnétostatique ( $\text{rot } \vec{h} = 0$ ), en tenant compte des relations tensorielles du chapitre 2 de la première partie. Les oscillations propres ne dépendent ni de  $\epsilon_r$  ni des dimensions du grenat, pourvu que  $\ell_{\max} \ll \lambda / \sqrt{\epsilon_r}$ . Seules la forme et la perméabilité tensorielle déterminent le type et la fréquence des modes magnétostatiques. Ces oscillations ont été étudiées par WALKER (18)(19). Les fréquences des premiers modes d'un ellipsoïde de révolution sont données dans la figure 2.1 (page 36) en fonction du rapport des axes.

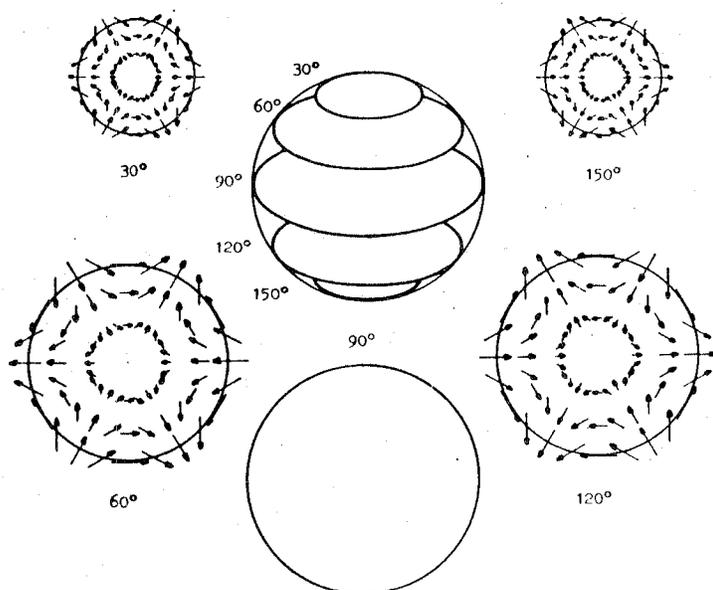
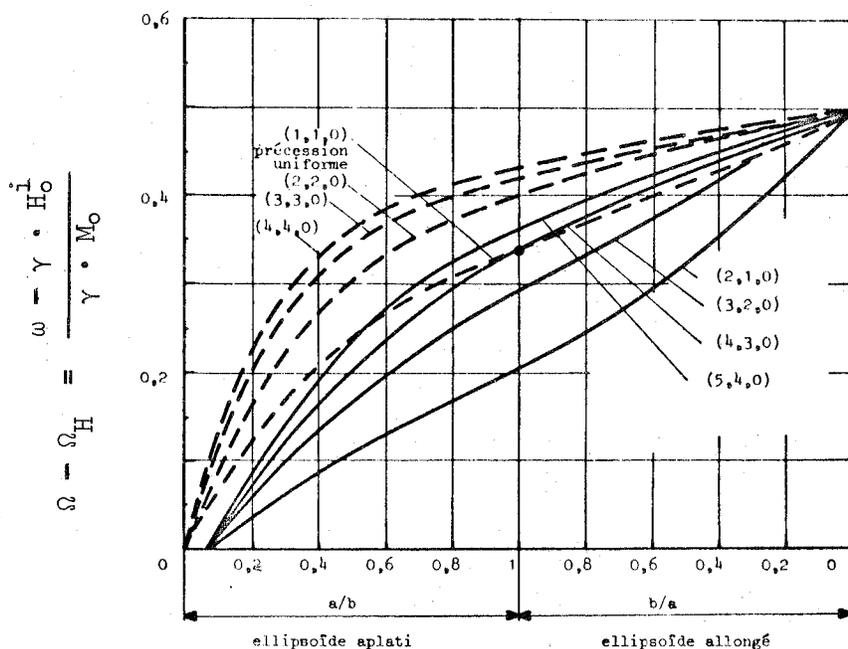
On voit que, pour la sphère ( $a/b = 1$ ), le mode (4,3,0) et le mode fondamental (1,1,0) ont la même fréquence propre. La structure magnétique du mode (4,3,0), qui peut se superposer à la précession uniforme, est dessinée sur la figure 2.2 (page 36).

L'excitation de ce mode est favorisée par un champ hyperfréquence non uniforme ou par une irrégularité de forme et de la structure de l'échantillon.

Lorsque notre grenat est sphérique, nous devons particulièrement veiller à ne pas exciter le mode (4,3,0) qui introduit des pertes supplémentaires et par conséquent élargit la raie de résonance.

Le moyen le plus efficace est de concevoir la cavité telle que la longueur d'onde guidée soit aussi grande que possible afin d'obtenir un champ hyperfréquence pratiquement homogène sur le volume de la sphère.

**FIGURE 2.1** - Fréquence propre normalisée des premiers modes magnétostatiques dans un ellipsoïde de révolution en fonction du rapport des axes (d'après WALKER (18)).  $a$  = axe de révolution,  $b$  = axe transversal. L'ordonnée indique la différence entre la fréquence du mode ( $\omega$ ) et la fréquence de LARMOR ( $\omega_0 = \gamma \cdot H_0^1$ ), normalisée sur la fréquence d'aimantation ( $\omega_M = \gamma \cdot M_0$ ).



**FIGURE 2.2** - Le mode magnétostatique  $(4,3,0)$  dans une sphère. La structure est illustrée à l'aide de la position instantanée des vecteurs aimantation dans des plans perpendiculaires au champ magnétique continu (d'après WALKER (19)).

## C - ONDES DE SPINS PROPRESMENT DITES

Dans les deux cas précédents, nous avons admis que les spins sont alignés dans des domaines très grands par rapport à leur distance. L'alignement est dû au champ d'échange régnant entre les dipôles. Si l'on imagine qu'un spin est dévié de sa direction par une perturbation quelconque, ce champ d'échange exerce un couple sur le spin et provoque une précession autour de la direction du champ. Le spin étant couplé par les forces d'échange avec ses voisins, la perturbation de l'aimantation se propage dans le réseau sous la forme d'une onde. Cette fois, la longueur d'onde est comparable à la distance interatomique  $d$ . L'aimantation, fonction de la distance et du temps, est alors décrite par une superposition d'ondes planes. Si les dimensions de l'échantillon sont grandes :

$$\lambda_{\min} \gg \lambda_m$$

on peut négliger des effets dimensionnels et l'on obtient un spectre continu.

*Les modes magnétostatiques et même la précession uniforme peuvent être considérées comme des ondes de spin dont la longueur d'onde est respectivement de l'ordre des dimensions ou plus grande que les dimensions de l'échantillon. Les réflexions aux limites n'étant plus négligeables, un régime d'ondes stationnaires s'établit, d'où un spectre à résonances discrètes de ces modes.*

Ce spectre continu est décrit par l'équation de dispersion des ondes de spin (voir (1), p. 179) :

$$(2.1) \quad \omega_K = \{(\omega_0 + \omega_{\text{ex}}(dk)^2) (\omega_0 + \omega_{\text{ex}}(dk)^2 + \omega_M \sin^2 \theta)\}^{1/2}$$

$\omega_K$  : pulsation de l'onde de spin

$\omega_0 = \gamma \cdot H_0^i$  : pulsation de LARMOR

$\omega_{\text{ex}} = \gamma \cdot H_{\text{ex}}$  ;  $H_{\text{ex}}$  est le champ d'échange représentant l'interaction des spins  
 $H_{\text{ex}} \neq 10^6 \text{ Oe}$

$d$  : distance entre les spins

$\vec{k}$  : vecteur d'onde,  $k = 2\pi/\lambda_m$

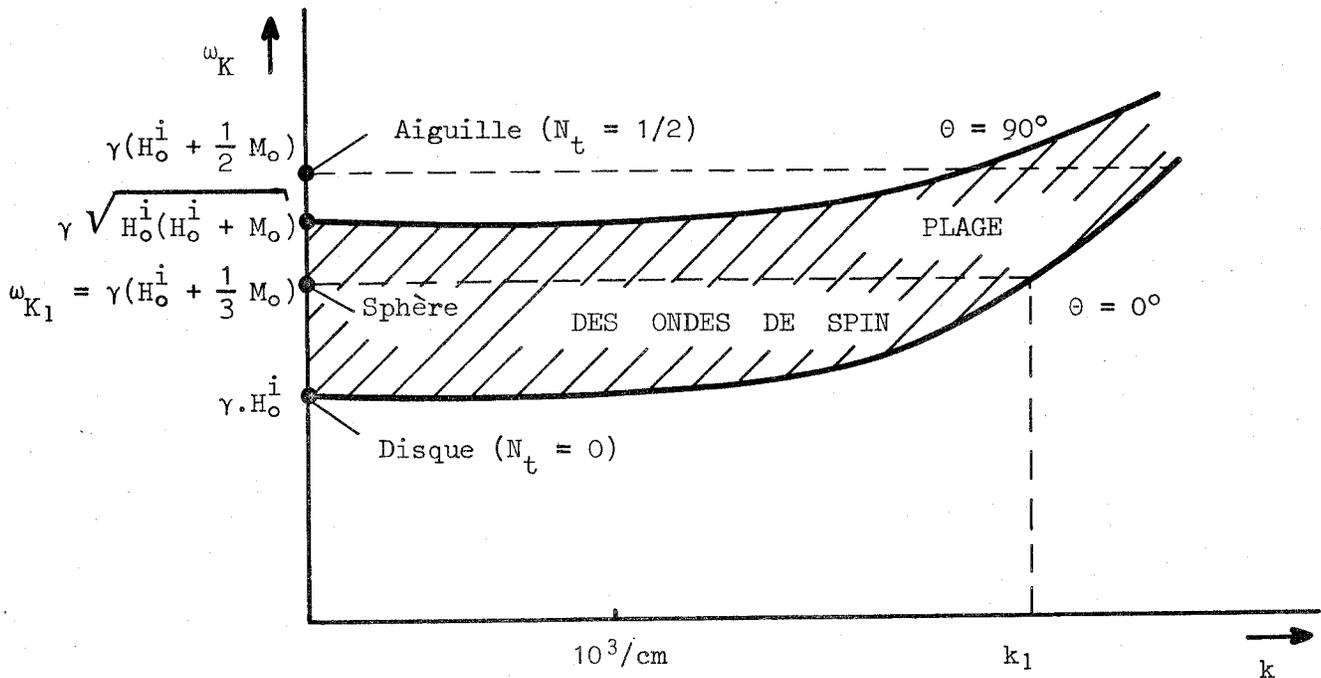
$\omega_M = \gamma \cdot M_0$  : pulsation d'aimantation

$\theta$  : angle entre la direction de propagation de l'onde de spin (direction de  $k$ ) et le champ magnétique continu.

La figure 2.3 (page 38) représente  $\omega_K$  en fonction du module du vecteur d'onde  $k$ , le paramètre étant l'angle  $\theta$ , pour un champ polarisant constant.

Les deux courbes correspondent aux cas limites  $\theta = 0$  et  $\theta = 90^\circ$ . La plage des ondes de spin se trouve entre les deux branches.

**FIGURE 2.3** - Représentation de l'équation de dispersion des ondes de spin (équation 2.1)



On voit que les ondes de spin possèdent différentes longueurs d'onde pour différentes directions de propagation à la même fréquence  $\omega_K$ . L'onde allant dans la direction Z ( $\theta = 0$ ) a toujours la longueur d'onde la plus petite. Pour :  $\omega_K = \omega_{K1}$  par exemple, nous avons  $\lambda_{\min} = 2\pi/k_1$ .

Plus le nombre d'onde augmente, moins la longueur d'onde dépend de la direction  $\theta$ , comme le montre le rétrécissement de la plage des ondes de spin pour de grands  $k$  (le terme d'échange quadratique commence à se manifester à partir de  $k$  de l'ordre de  $10^3/\text{cm}$ ).

Pour  $k \rightarrow 0$ , l'onde de spin possède une longueur d'onde infinie, c'est-à-dire qu'elle devient la précession uniforme avec la fréquence de KITTEL :

$$\omega_{K/k=0} = \omega_R = \gamma (H_0^i + N_t M_s)$$

Cela nous permet de marquer en ordonnée la position des différentes formes d'échantillons.

La résonance d'un disque infiniment mince ( $\omega_R = \gamma \cdot H_0^i$ ) n'est pas du tout affectée par des ondes de spin. L'autre cas extrême, le bâton infiniment long, montre une perturbation de la précession par des ondes de spin de nombre d'onde élevé.

La sphère, caractérisée par un facteur de désaimantation 1/3, peut être affectée par des ondes de spin dont la longueur d'onde peut varier entre l'infini et  $2\pi/k_1$ , c'est-à-dire dans une très grande plage ; nous ne pouvons, par conséquent, pas négliger leur influence éventuelle sur la largeur de raie du grenat.

### 1.1.3 - Puissance admissible

Les ondes de spin sont créées en particulier par des inhomogénéités du réseau cristallin (ce fait a été étudié par DERYUGIN et al. (20)) et de la surface (voir l'article de JONES (21)). C'est la raison pour laquelle la largeur de raie d'un grenat monocristallin possédant un réseau très régulier dépend presque uniquement de l'état de sa surface.

Une deuxième cause pour la création d'ondes de spin est la relation non linéaire entre l'aimantation et les champs. Ce phénomène a été étudié par SUHL (22). L'auteur parle d'une *saturation* de la précession uniforme, qui se produit à un certain niveau de puissance haute fréquence. Ce niveau se trouve d'autant plus bas que la largeur de raie est faible. Le champ correspondant, dit *champ critique*, est donné par la formule :

$$(2.2) \quad h_{\text{crit}} = \Delta H \left( \frac{2 \Delta H_K}{M} \right)^{1/2}$$

En supposant, comme le fait SUHL, que la largeur de raie  $\Delta H_K$  représentant les pertes dues aux ondes de spin, est à peu près égale à la largeur de raie propre du mode fondamental :

$$\Delta H_K \approx \Delta H$$

on obtient l'expression :

$$(2.2a) \quad h_{\text{crit}} \approx \left( \frac{2(\Delta H)^3}{M} \right)^{1/2}$$

La puissance absorbée correspondante se calcule à partir de l'énergie dissipée par cycle :

$$(2.3) \quad W_{\text{cycle}} = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{V_1} h_X^2 \chi_{XX}'' dV$$

(le champ hyperfréquence est appliqué dans la direction de X).

Il s'ensuit que l'énergie dissipée par seconde, c'est-à-dire la puissance absorbée, est :

$$(2.4) \quad P_g = \frac{1}{2} f_0 \mu_0 \int_{V_1} h_X^2 \chi_{XX}'' dV$$

Le champ  $h_x$  étant homogène sur le volume  $V_1$  de l'échantillon et possédant la valeur  $h_{crit}$ , nous obtenons à l'aide de l'équation (1.26) l'expression pour la puissance que peut absorber au maximum le grenat sans qu'il y ait excitation d'ondes de spin.

$$(2.5) \quad P_{abs.crit} = P_{gmax} = f_0 \mu_0 V_1 (\Delta H)^2$$

Pour un échantillon sphérique à 9 GHz, cette expression devient :

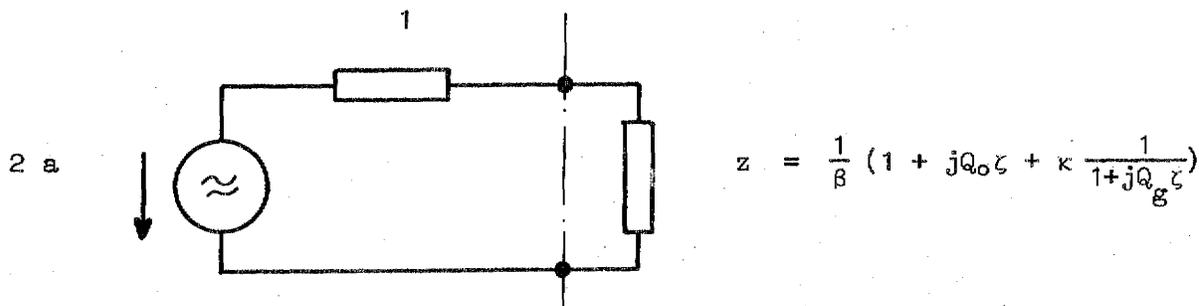
$$(2.5a) \quad \frac{P_{gmax}}{mW} = 3 \cdot 10^2 \left( \frac{r}{mm} \right)^3 \left( \frac{\Delta H}{Oe} \right)^2$$

Cette formule est valable à la fréquence de résonance de l'échantillon. Nous admettons cependant que, hors de la résonance, le grenat peut dissiper la même puissance sans que ses propriétés soient affectées par l'excitation des ondes de spin.

Nous ne pouvons pas directement contrôler la puissance absorbée par le grenat. Pour cette raison, nous calculons la répartition des puissances dans l'ensemble cavité-échantillon à l'aide d'un simple schéma (figure 2.4).

L'onde incidente provient d'une source de tension crête  $2a$  avec une résistance interne qui correspond à l'impédance caractéristique du guide.

FIGURE 2.4 - Circuit équivalent de l'ensemble cavité-grenat couplé à une ligne avec un coefficient de couplage  $\beta$



$$z = \frac{1}{\beta} \left( 1 + jQ_0 \zeta + \kappa \frac{1}{1 + jQ_g \zeta} \right)$$

La puissance absorbée par  $z$  est alors :

$$(2.6) \quad P_{tot} = \frac{\frac{4|a|^2}{2} \cdot \text{Re}\{z\}}{(1 + \text{Re}\{z\})^2 + (\text{Im}\{z\})^2}$$

Et, avec les notations de la figure ci-dessus :

$$(2.6a) \quad P_{tot} = \frac{2|a|^2 \cdot \frac{1}{\beta} \left( 1 + \kappa \frac{1}{1 + Q_g^2 \zeta^2} \right)}{\left( 1 + \frac{1}{\beta} \left( 1 + \kappa \frac{1}{1 + Q_g^2 \zeta^2} \right) \right)^2 + \frac{1}{\beta^2} \left( Q_0 \zeta - \kappa \frac{Q_g \zeta}{1 - Q_g^2 \zeta^2} \right)^2}$$

Les pertes dans le grenat étant représentées par le terme  $\kappa \frac{1}{1+Q_g^2\zeta^2}$  nous pouvons directement écrire la puissance dissipée dans l'échantillon :

$$(2.7) \quad P_g = \frac{\frac{2|a|^2}{\beta} \cdot \kappa \frac{1}{1+Q_g^2\zeta^2}}{\left(1 + \frac{1}{\beta} \left(1 + \kappa \frac{1}{1+Q_g^2\zeta^2}\right)\right)^2 + \frac{1}{\beta^2} \left(Q_o\zeta - \kappa \frac{Q_g\zeta}{1+Q_g^2\zeta^2}\right)^2}$$

Suivant le chapitre 3.4.2 de la première partie, nous réglons le couplage cavité-guide de sorte qu'aux deux pics de la courbe d'absorption toute la puissance incidente soit absorbée. - La valeur  $\beta$  correspondante est :

$$(2.8) \quad \beta = 1 + \frac{Q_o}{Q_g}$$

La fréquence des deux pics est déterminée par la condition :  $\text{Im}\{z\} = 0$ , c'est-à-dire :

$$(2.9) \quad \kappa \cdot \frac{1}{1+Q_g^2\zeta^2} = \frac{Q_o}{Q_g}$$

La puissance maximale absorbée à ces deux fréquences par l'ensemble :

$$P_{\text{tot.max}} = \frac{1}{2} |a|^2$$

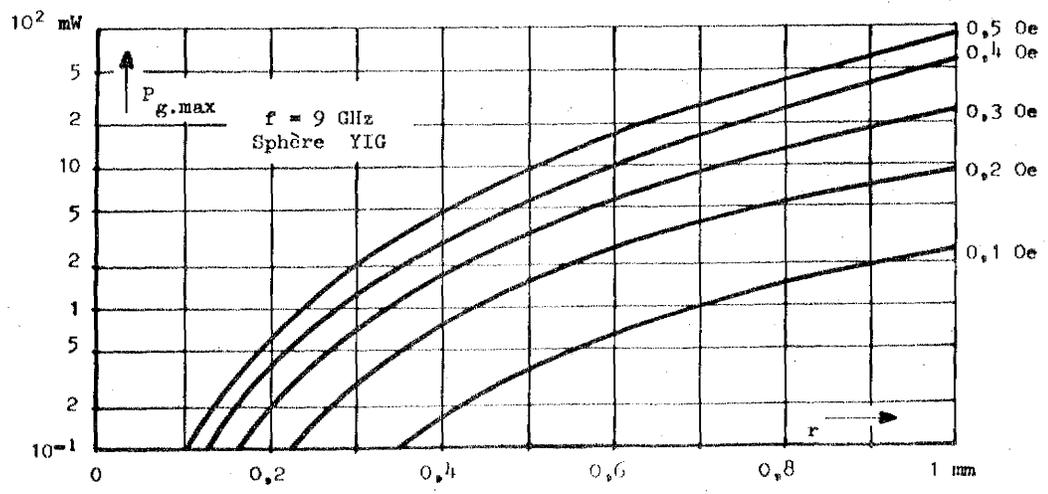
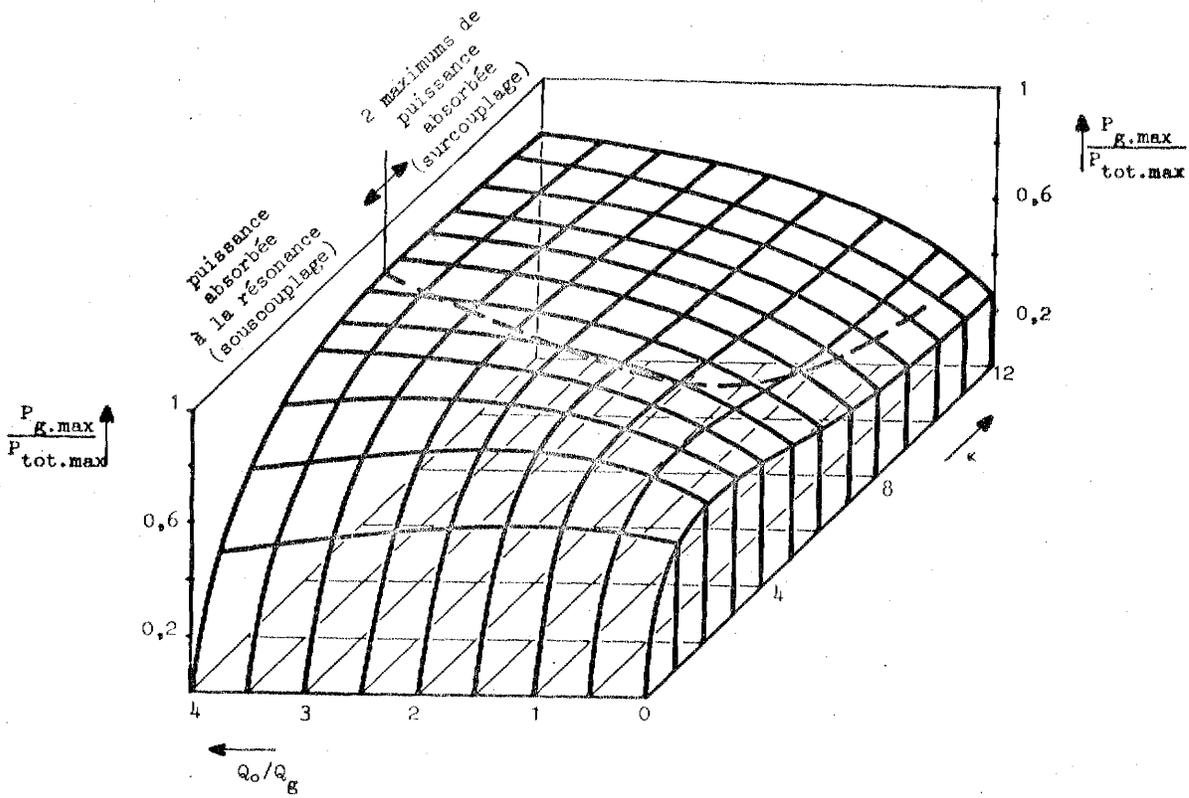
est celle de l'onde incidente. En normalisant la puissance absorbée par le grenat sur cette valeur, nous obtenons une expression pour la fraction d'énergie, qui est dissipée dans l'échantillon en fonction de la fréquence normalisée  $\Omega_g = Q_g\zeta$ , du couplage cavité-échantillon  $\kappa$  et du rapport des facteurs de surtension des deux résonateurs  $Q_o/Q_g$  :

$$(2.10) \quad \frac{P_g}{P_{\text{tot.max}}} = 4\kappa \left(1 + \frac{Q_o}{Q_g}\right) \frac{1 + \Omega_g^2}{\left(\left(2 + \frac{Q_o}{Q_g}\right)\left(1 + \frac{\Omega_g^2}{Q_g}\right) + \kappa\right)^2 + \Omega_g^2 \left(\frac{Q_o}{Q_g}\left(1 + \frac{\Omega_g^2}{Q_g}\right) - \kappa\right)^2}$$

Puisque la puissance absorbée par le grenat ne doit pas dépasser une valeur limite  $P_{\text{crit}}$ , nous déterminons son maximum en fonction de la fréquence. Ce maximum est atteint soit pour la fréquence de résonance, soit pour deux fréquences symétriques par rapport à la première, suivant le couplage des deux résonateurs. Ces deux fréquences ne correspondent pas aux pics de l'absorption totale. Les calculs sont exposés dans l'annexe A.III. Ici, nous présentons (figure 2.5) le maximum de la puissance absorbée par le grenat en fonction de  $\kappa$  et  $Q_o/Q_g$ , si l'amplitude de l'onde incidente est constante et indépendante de la fréquence. La figure 2.6 montre la puissance maximale (critique) que peut absorber un grenat sphérique en fonction de son diamètre et de sa largeur de raie.

A l'aide de ces deux diagrammes, on peut facilement déterminer l'amplitude maximale de l'onde incidente permettant une mesure correcte de la largeur de raie d'un grenat, sans que celle-ci soit élargie par des ondes de spin.

**FIGURE 2.5** - Puissance maximale absorbée par le grenat par rapport à la puissance de l'onde incidente en fonction de  $\kappa$  et  $Q_0/Q_g$



**FIGURE 2.6** - Puissance maximale admissible sur un grenat sphérique en fonction du rayon et de la largeur de raie à 9 GHz

Un exemple avec des valeurs correspondant aux conditions de nos mesures nous donnera l'ordre de grandeur de cette puissance :

- . rayon de la sphère :  $r = 0,5 \text{ mm}$
- . largeur de raie de la sphère :  $\Delta H = 0,3 \text{ Oe}$
- . rapport des facteurs de surtension :  $Q_o/Q_g = 2$
- . couplage cavité-grenat :  $\kappa = 10$

A l'aide des deux premières données, nous déterminons sur la figure 2.6 (page 42) la puissance maximale admissible sur le grenat. Nous trouvons :  $P_{g.\text{max}} = 3,4 \text{ mW}$ .

Sur la figure 2.5 (page 42), nous cherchons le rapport entre les puissances absorbées par le grenat et de l'onde incidente :

$$P_{g.\text{max}}/P_{\text{tot.}\text{max}} = 0,7 \text{ pour } \kappa = 10 \text{ et } Q_o/Q_g = 2.$$

Donc, la puissance de l'onde incidente ne doit pas dépasser la valeur :  $P_{\text{tot.}\text{max}} = 3,4 \text{ mW}/0,7 \neq 5 \text{ mW}$ .

Ceci est une puissance très grande si l'on considère que nous faisons nos mesures à un niveau qui est cent à mille fois plus faible. Par conséquent, nous sommes sûrs de mesurer la largeur de raie propre du grenat, sans que le résultat soit faussé par l'influence des ondes de spin dues à une excitation trop puissante.

#### 1.1.4 - Conclusion

La précession uniforme, ou mode fondamental, n'est pas la seule oscillation qui peut se produire dans un échantillon gyromagnétique. Les résonances parasites représentent des pertes supplémentaires et provoquent un élargissement de la raie.

Nous distinguons trois groupes d'oscillations parasites suivant les dimensions de leur structure magnétique :

1. oscillations diélectromagnétiques,
2. oscillations magnétostatiques,
3. ondes de spin proprement dites. Dans notre cas, nous avons vu que seulement les oscillations magnétostatiques et les ondes de spin peuvent avoir une influence sur la largeur de raie. En assurant une grande longueur d'onde dans la cavité, nous évitons l'excitation des modes magnétostatiques, notamment du mode (4,3,0) qui, dans une sphère, résonne sur la même fréquence que la précession libre.

Nous avons également calculé la puissance limite admissible à l'ensemble permettant la mesure précise de la largeur de raie sans que celle-ci soit élargie par des ondes de spin.

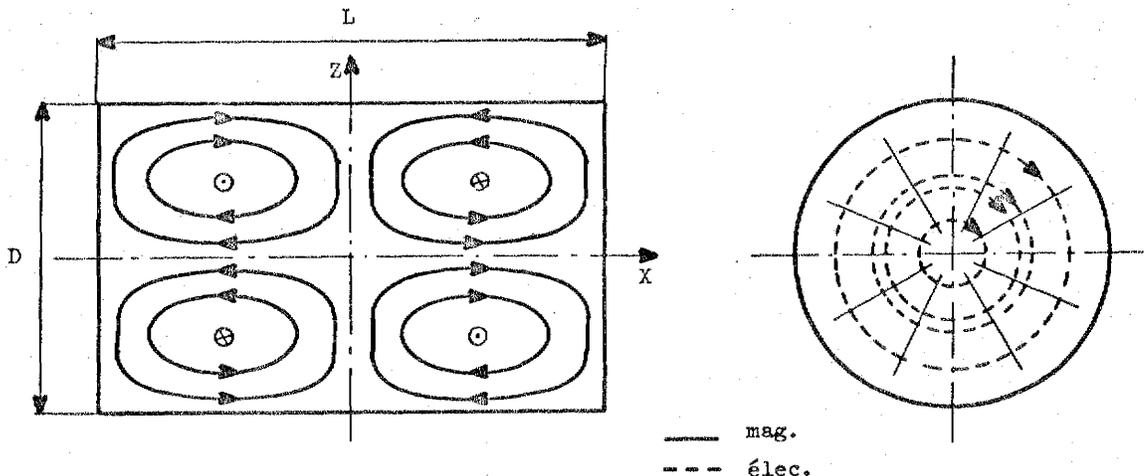
## 1.2 - LA CAVITE

### 1.2.1 - Choix du mode dans la cavité

Pour nos expériences, nous avons choisi une cavité circulaire résonnant dans le mode  $TE_{012}$ . La figure 2.7 montre la configuration des champs dans la cavité et met en évidence les nombreux avantages de ce choix, dont les plus importants sont :

1. le mode assure un grand facteur de surtension, car l'énergie est essentiellement concentrée au milieu de la cavité ;
2. les courants induits dans les parois sont tous circonférentiels. Il n'est alors pas nécessaire de mettre les deux faces terminales (sous forme de pistons) en contact électrique avec la paroi latérale, ce qui facilite beaucoup la construction de la cavité. Un piston au moins étant habituellement mobile, une fabrication extrêmement précise serait exigée pour qu'il soit toujours en contact impeccable avec la paroi. En gardant un espacement de quelques dixièmes de millimètre entre pistons et paroi, on évite cette difficulté et, de plus, on supprime le mode parasite  $TM_{112}$  résonnant sur la même fréquence que le mode  $TE_{012}$  et demandant un contact direct entre les parois ;
3. le couplage cavité-guide se fait facilement par un iris ;
4. le champ magnétique sur l'axe de la cavité a uniquement une composante axiale qui varie comme  $\sin(2\pi/L).X$ . Le champ électrique sur l'axe est nul. Cela permet de placer l'échantillon sur cet axe dans les conditions du chapitre 3.2 de la première partie. Un déplacement axial de l'échantillon fait varier le couplage cavité-échantillon d'une façon simple.

FIGURE 2.7 - Configuration du mode  $TE_{012}$  dans une cavité circulaire



### 1.2.2 - Choix des dimensions de la cavité

Les dimensions de la cavité doivent être choisies telles que le mode soit univoque sur une gamme de fréquence assez grande. Le facteur de surtension étant entre autres une fonction du rapport  $D/L$  de la cavité (voir par exemple <sup>(23)</sup> p.300), cette caractéristique doit également être prise en considération.

En étudiant la formule (1.58) sur laquelle nous basons notre méthode de mesure, nous voyons que le rapport  $Q_0/Q_g$  doit être supérieur à l'unité si nous voulons le mesurer avec précision à l'aide du coefficient de couplage  $\beta$ . L'erreur relative du rapport des surtensions est donnée par l'équation :

$$(2.11) \quad \frac{\Delta(Q_0/Q_g)}{Q_0/Q_g} = \frac{1 + (Q_0/Q_g)}{Q_0/Q_g} \cdot \frac{\Delta \beta}{\beta}$$

qui montre que l'erreur commise dans la détermination de  $Q_0/Q_g$  est  $(1+(Q_0/Q_g))/(Q_0/Q_g)$  fois plus grande que l'erreur que l'on fait en mesurant le coefficient de couplage  $\beta$ .

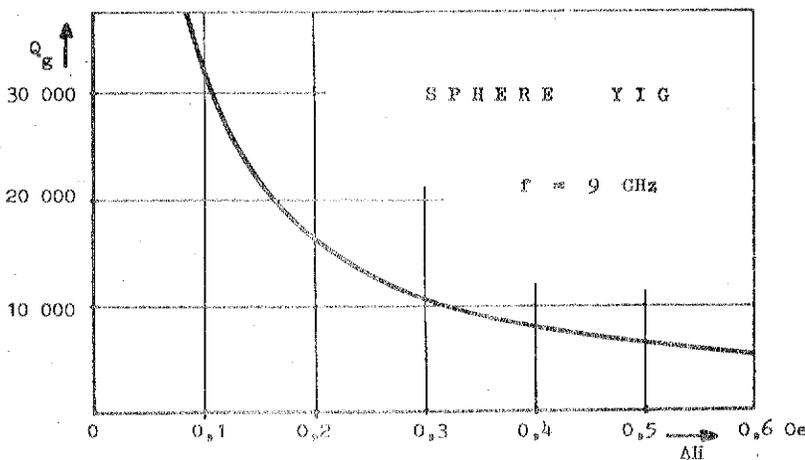
D'un côté le facteur de surtension de la cavité doit être alors très grand pour garantir un rapport  $Q_0/Q_g \gg 1$ , d'un autre côté  $\beta$  ne peut pas prendre des valeurs trop grandes en raison du système de couplage, comme nous verrons plus tard. Une valeur moyenne de  $Q_0/Q_g$  entre 2 et 4 représente un bon compromis entre ces deux exigences contraires.

A l'aide de la figure 2.8 qui donne la relation entre la largeur de raie du grenat et le  $Q_g$  correspondant à 9 GHz; nous pouvons estimer le  $Q_0$  que doit avoir la cavité suivant les considérations précédentes.

EXEMPLE - Un grenat avec une largeur de raie de 0,3 Oe représente un résonateur de  $Q_g \approx 10\ 000$  suivant la figure 2.8. Avec une cavité de  $Q_0 = 25\ 000$ , nous réalisons un rapport  $Q_0/Q_g$  de 2,5. Le  $\beta$  à réaliser sera de  $1 + 2,5 = 3,5$ . Finalement, l'erreur :

$\frac{\Delta(Q_0/Q_g)}{Q_0/Q_g} = \frac{3,5}{2,5} \cdot \frac{\Delta \beta}{\beta} = 1,4 \cdot \frac{\Delta \beta}{\beta}$  n'est pas tellement grande.

FIGURE 2.8 - Surtension  $Q_g$  et largeur de raie  $\Delta H$  d'un grenat



Nous choisissons maintenant grossièrement le rapport  $D/L$  à l'aide du tracé de la valeur  $Q_0 \delta / \lambda$  en fonction de  $D/L$  représenté figure 2.9 (on utilise la quantité  $Q_0 \delta / \lambda$  au lieu de  $Q_0$  parce qu'elle n'est fonction que du mode et de la forme du résonateur et non du matériau). On voit que la courbe possède un maximum flou pour  $D/L = 1$ . Ainsi, les valeurs de  $D/L$  entre 0,5 et 1,5 garantissent toutes une surtension assez grande (de l'ordre de 20 000 à 30 000 pour le laiton, le double pour l'argent et le cuivre).

**FIGURE 2.9** -  $Q_0 \delta / \lambda$  en fonction de  $D/L$  d'une cavité circulaire résonnant dans le mode  $TE_{012}$  (d'après (23)).

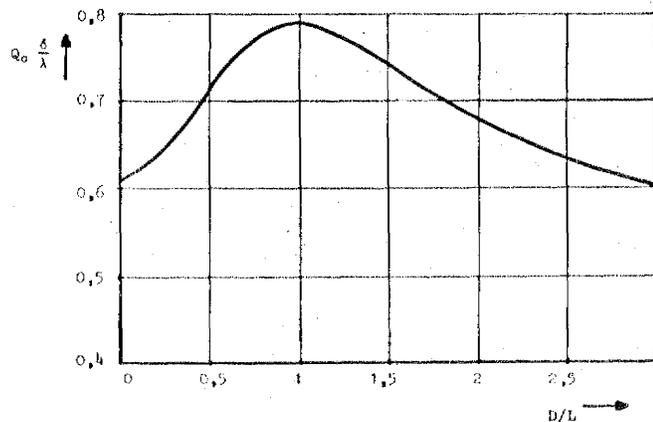
$Q_0$  : facteur de surtension propre

$\delta$  : épaisseur de peau

$\lambda$  : longueur d'onde dans le diélectrique de la cavité ( $\lambda = c/f$ )

$D$  : diamètre de la cavité

$L$  : longueur de la cavité



Les dimensions exactes se déterminent à l'aide d'une carte de modes, de la représentation graphique de la relation entre la longueur d'onde de coupure ( $\lambda_c$ ), la longueur d'onde dans le vide ( $\lambda_0$ ) et celle dans un guide ayant la même section que la cavité ( $\lambda_g$ ), soit :

$$(2.12) \quad 1/\lambda_c^2 = (1/\lambda_0^2) - (1/\lambda_g^2)$$

La longueur d'onde de coupure est donnée :

$$(2.13) \quad \text{pour les modes } \begin{cases} TE_{\ell,m} \\ TM_{\ell,m} \end{cases} \quad \text{par } \begin{cases} \lambda_c = \pi D / u'_{\ell,m} \\ \lambda_c = \pi D / u_{\ell,m} \end{cases}$$

où  $u'_{\ell,m}$  = racine  $\ell$  ième de l'équation  $J'_\ell(u) = 0$

$u_{\ell,m}$  = racine  $\ell$  ième de l'équation  $J_\ell(u) = 0$

Puisque la longueur  $L$  de la cavité est  $n \cdot \lambda_g / 2$ ,  $\lambda_g$  étant la longueur d'onde guidée correspondant à la fréquence de résonance, nous pouvons écrire l'expression (2.12) sous la forme :

$$(2.14) \quad \begin{aligned} \text{TE}_{\ell, m, n} : (f \cdot D)^2 &= \left( \frac{c \cdot u'_{\ell, m}}{\pi} \right)^2 + \left( \frac{cn}{2} \right)^2 \left( \frac{D}{L} \right)^2 \\ \text{TM}_{\ell, m, n} : (f \cdot D)^2 &= \left( \frac{c \cdot u_{\ell, m}}{\pi} \right)^2 + \left( \frac{cn}{2} \right)^2 \left( \frac{D}{L} \right)^2 \end{aligned}$$

La représentation de cette équation, ou diagramme de modes, est tracée sur la figure 2.10 (page 48).

Nous préférons a priori une cavité plus longue que large afin d'obtenir une longueur d'onde guidée très grande, pour que le champ hyperfréquence sur l'axe varie très peu en fonction de  $x$ . Cela garantit une excitation plus uniforme du grenat (suppression du mode magnétostatique (4,3,0)) et permet aussi de faire varier le couplage cavité-échantillon d'une manière plus fine. De plus, le résonateur doit pouvoir rentrer dans l'entrefer d'un électroaimant. Le champ magnétique continu est appliqué perpendiculairement à l'axe de la cavité. Ce champ est d'autant plus homogène sur le volume de l'échantillon que le diamètre de la cavité est petit.

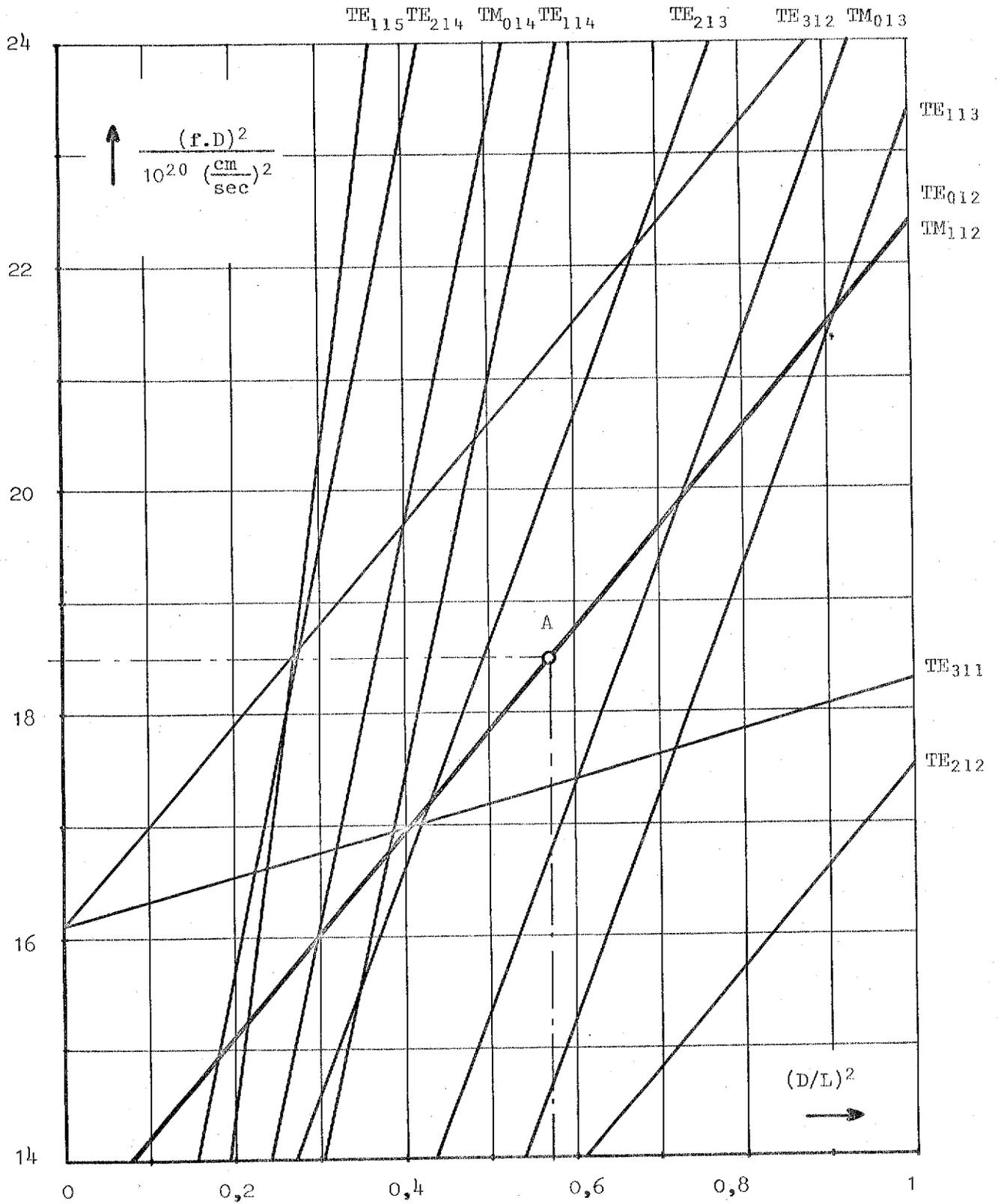
Le point A sur la caractéristique du mode  $\text{TE}_{012}$  (figure 2.10) satisfait bien à nos exigences. Le rapport  $D/L$  est de 0,755. En choisissant une fréquence de résonance de 9 GHz, nous calculons les dimensions suivantes :

$$\begin{aligned} D &= 47,8 \text{ mm} & f &= 9 \text{ GHz} \\ L &= 63,3 \text{ mm} \end{aligned}$$

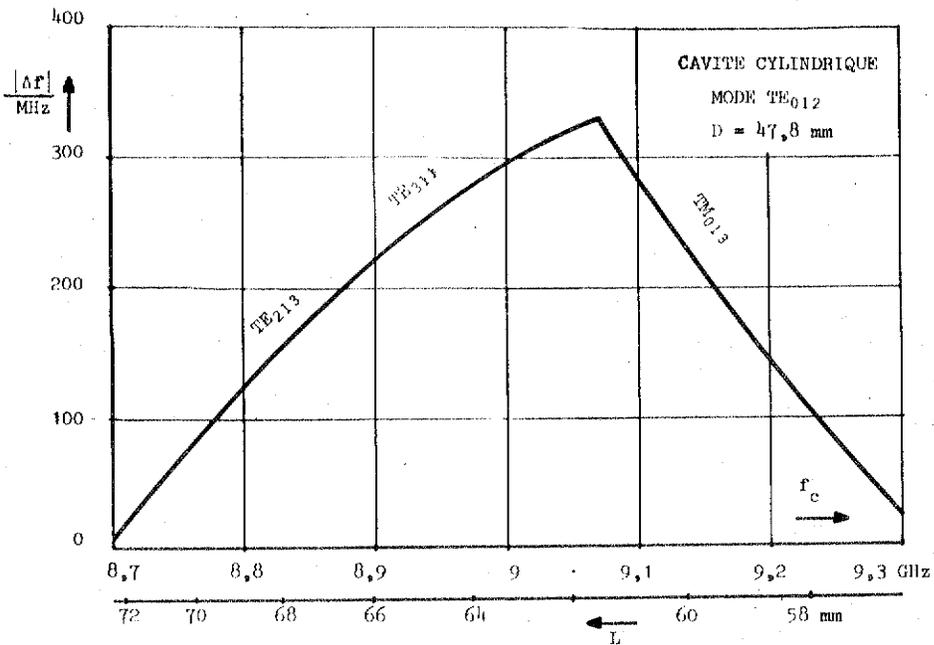
Le mode  $\text{TE}_{112}$ , représenté par la même droite que le mode  $\text{TE}_{012}$ , peut être supprimé en isolant les pistons de la paroi latérale. Les autres modes risquant de perturber la pureté de la configuration dans la cavité, sont les types  $\text{TE}_{311}$ ,  $\text{TE}_{213}$  et  $\text{TM}_{013}$ , dont le dernier est également supprimé par la construction des pistons. Enfin, si l'on admet que la configuration des champs est conservée hors de la fréquence de résonance, par exemple au cours d'une modulation en fréquence de la source, l'écart maximal de la fréquence pour lequel aucun autre mode n'apparaît, est indiqué en fonction de  $L$  et de la fréquence de résonance  $f_c$  sur la figure 2.11 (page 49) (nous admettons également que le facteur de surtension pour les modes perturbateurs est élevé). On obtient cette fonction en effectuant la différence entre les fréquences de résonance du mode  $\text{TE}_{012}$  et du mode le plus proche pour différentes valeurs de  $D/L$  près du point A. Lorsque  $D$  est constant et égal à 47,8 mm, le rapport  $D/L$  nous donne directement la longueur  $L$  à laquelle correspond une fréquence de résonance  $f_c$  du mode  $\text{TE}_{012}$ . L'abscisse de la figure 2.11 est simultanément graduée en ces deux grandeurs.

On voit qu'au voisinage de 9 GHz, l'écart de fréquence peut dépasser  $\pm 200$  MHz, ce qui est largement suffisant pour nos projets. Nous parlions, au début de la deuxième partie, d'un écart de quelques MHz seulement.

FIGURE 2.10 - Diagramme de modes (mode-chart)



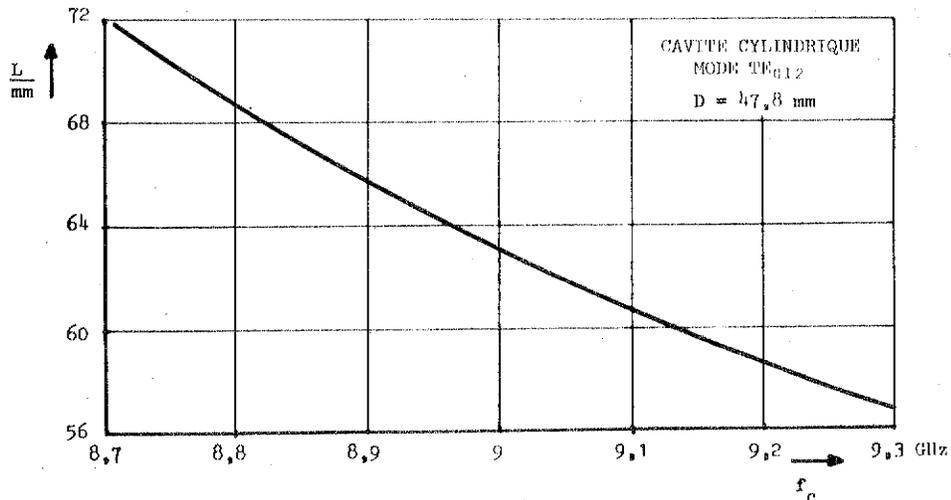
**FIGURE 2.11** - Module de l'écart en fréquence entre le mode  $TE_{012}$  et le mode le plus proche en fonction de la longueur de la cavité et sa fréquence de résonance



La courbe suivante montre la longueur de la cavité en fonction de la fréquence  $f_c$  pour un diamètre constant de 47,8 mm. Elle se déduit également de la figure 2.10.

Ayant déterminé les dimensions de la cavité, nous pouvons estimer son facteur de surtension à l'aide de la figure 2.9 (page 46). On trouve  $Q \cdot \delta/\lambda \approx 0,775$  et  $Q \approx 25\ 000$  pour le laiton.

**FIGURE 2.12** - Longueur de la cavité en fonction de la fréquence de résonance



### 1.2.3 - Position de l'échantillon dans la cavité

La petite sphère de grenat se trouve, comme déjà dit, sur l'axe de la cavité. Ici, le champ magnétique possède seulement une composante axiale. Son intensité varie sinusoidalement avec X (figure 2.13).

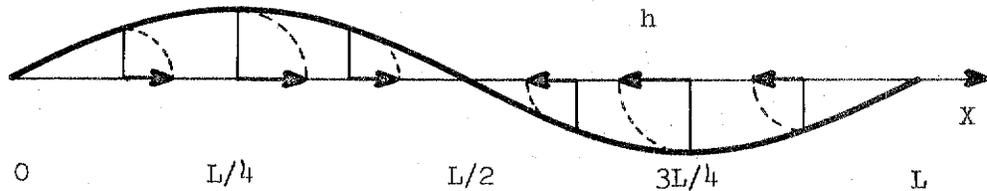


FIGURE 2.13 - Champ magnétique hyperfréquence sur l'axe de la cavité à un instant donné

Si nous considérons une sphère ayant un diamètre de 1 mm, ce qui correspond à peu près à un soixantième de la longueur d'onde dans la cavité, nous pouvons dire qu'elle se trouve dans un champ hyperfréquence quasi homogène. Nous ne commettons qu'une erreur minime en admettant que, dans l'espace correspondant au volume de l'échantillon, ce champ a partout la valeur qu'il prend exactement au centre de la sphère. Ainsi, nous avons le droit d'exprimer le champ dans le matériau gyromagnétique en fonction du champ extérieur à l'aide du tenseur de susceptibilité externe, ainsi que l'on fait dans le numérateur de la formule des perturbations (voir le chapitre 3.3 de la première partie).

Une autre condition pour la validité de l'application du *cas statique* concernant le tenseur de désaimantation exige, comme nous l'avons remarqué sur la page 10, qu'il n'y ait pas propagation dans l'échantillon. A première vue, cette condition ne paraît pas remplie au voisinage de la résonance de l'échantillon, car le module de la susceptibilité *externe* atteint des valeurs de l'ordre de quelques milliers, si la largeur de raie est très faible. En conséquence, la perméabilité croît énormément et réduit, semble-t-il, considérablement la longueur d'onde dans l'échantillon. Cela voudrait dire qu'à l'intérieur du matériau, les dimensions géométriques ne seraient plus négligeables par rapport à la longueur d'onde et qu'il y aurait alors propagation.

En réalité, la perméabilité qui détermine les propriétés internes du matériau est celle définie par le tenseur de perméabilité *interne*. Son module atteint un maximum à la fréquence de LARMOR, qui est inférieure à la fréquence de KITTEL. Voici les valeurs de ces deux fréquences pour une sphère de YIG :

Résonance de la  
perméabilité externe

$$\omega_R = \gamma \cdot H_o^{ext} \quad (\text{KITTEL})$$

$$\longrightarrow f_R = 9 \text{ GHz}$$

Résonance de la  
perméabilité interne

$$\omega_o = \gamma \cdot H_o^i = \gamma (H_o^{ext} - \frac{1}{3} M_s) \quad (\text{LARMOR})$$

$$f_o = 9 \text{ GHz} - \frac{1}{3} \cdot 4,95 \text{ GHz} = 7,35 \text{ GHz}$$

Ainsi, à la fréquence de résonance de la sphère, on est loin de la fréquence de LARMOR, et la perméabilité interne est faible, les parties réelle et imaginaire étant de -2 et 0 respectivement (voir (24)). Les effets de propagation dans le grenat sont alors négligeables dans la plage de fréquence qui nous intéresse.

En déplaçant le grenat sur l'axe de la cavité, nous pouvons facilement faire varier le facteur de remplissage  $\eta$  (ou, ce qui revient au même, le coefficient de couplage cavité-échantillon  $\kappa$ ) entre la valeur zéro (aux noeuds du champ à  $X = 0$ ,  $X = L/2$  et  $X = L$ ) et une valeur maximale (à  $L/4$  et  $3L/4$ ). Puisque le grenat crée un champ de perturbation dans son voisinage immédiat, nous préférons le garder aussi éloigné que possible des parois. Celles-ci étant comparables à des miroirs, l'échantillon trop rapproché risque d'être perturbé par la réflexion de son propre champ de rayonnement. Ce phénomène est appelé effet de mur et a été étudié par plusieurs auteurs (25), (26), (27).

En gardant l'échantillon près du centre de la cavité, on est suffisamment loin des parois pour éviter des perturbations de cette sorte, car les champs perturbateurs décroissent comme le cube de la double distance entre la sphère et les parois.

#### 1.2.4 - Réalisation technique de la cavité

Après avoir déterminé les dimensions principales de la cavité, nous pouvons envisager les détails de sa construction.

Le matériau choisi est le laiton : en effet, il est facile à usiner et magnétiquement neutre. Il possède également une bonne conductivité électrique.

La figure 2.14 (page 52) montre le corps de la cavité qui ne présente aucune particularité. C'est un cylindre creux dont une portion est coupée afin de permettre de fixer directement un bout de guide sur le tronc (le couplage de la cavité au guide est décrit plus en détail dans le chapitre suivant).

La surface intérieure est soigneusement polie.

D'un côté, la cavité est fermée par un couvercle qui se prolonge vers l'extérieur par un tube portant un filetage de précision avec un pas de 0,5 mm (voir la figure 2.15, page 53). Ce tube sert à guider le piston de court-circuit accordable qui est représenté sur la partie inférieure du dessin. Cela suffit pour empêcher les courants de surface de passer de la paroi latérale au piston, donc pour supprimer les modes parasites  $TM_{112}$  et  $TM_{013}$ .

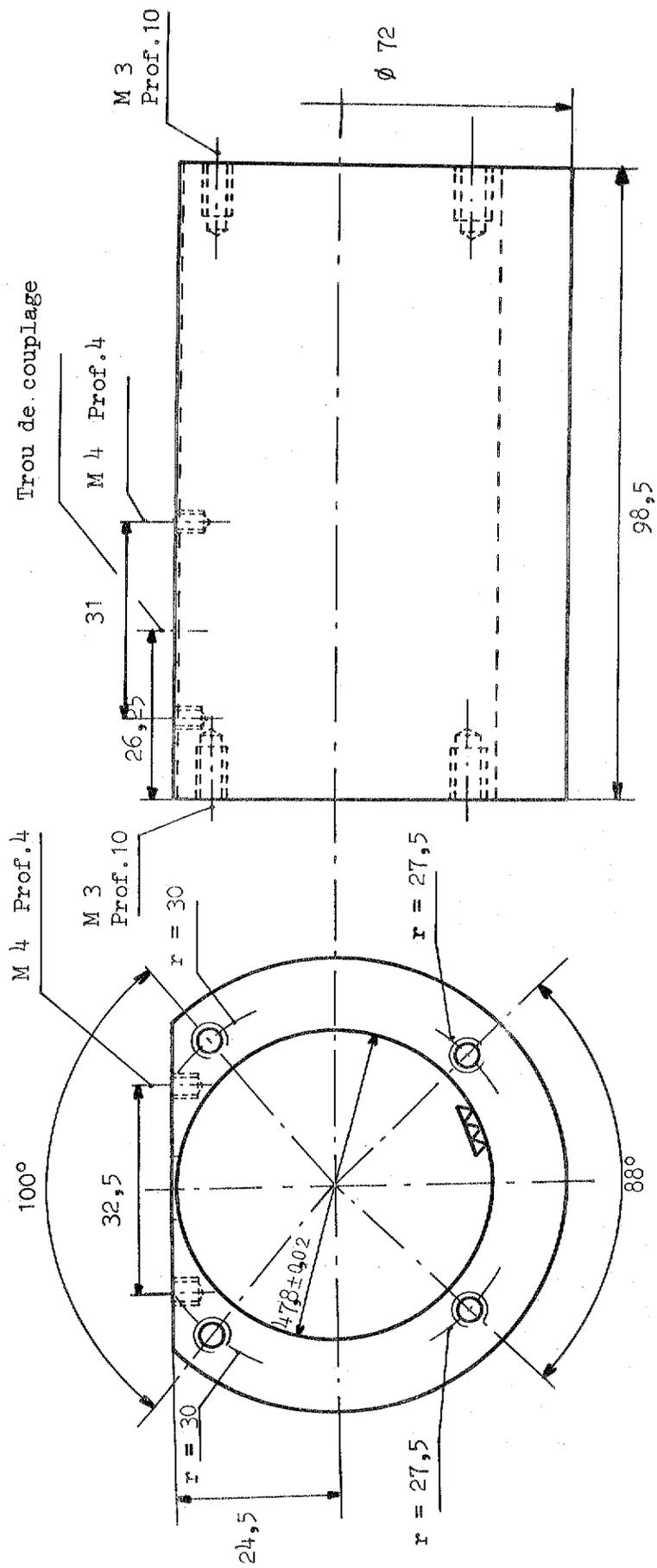


FIGURE 2.14 - Corps de la cavité



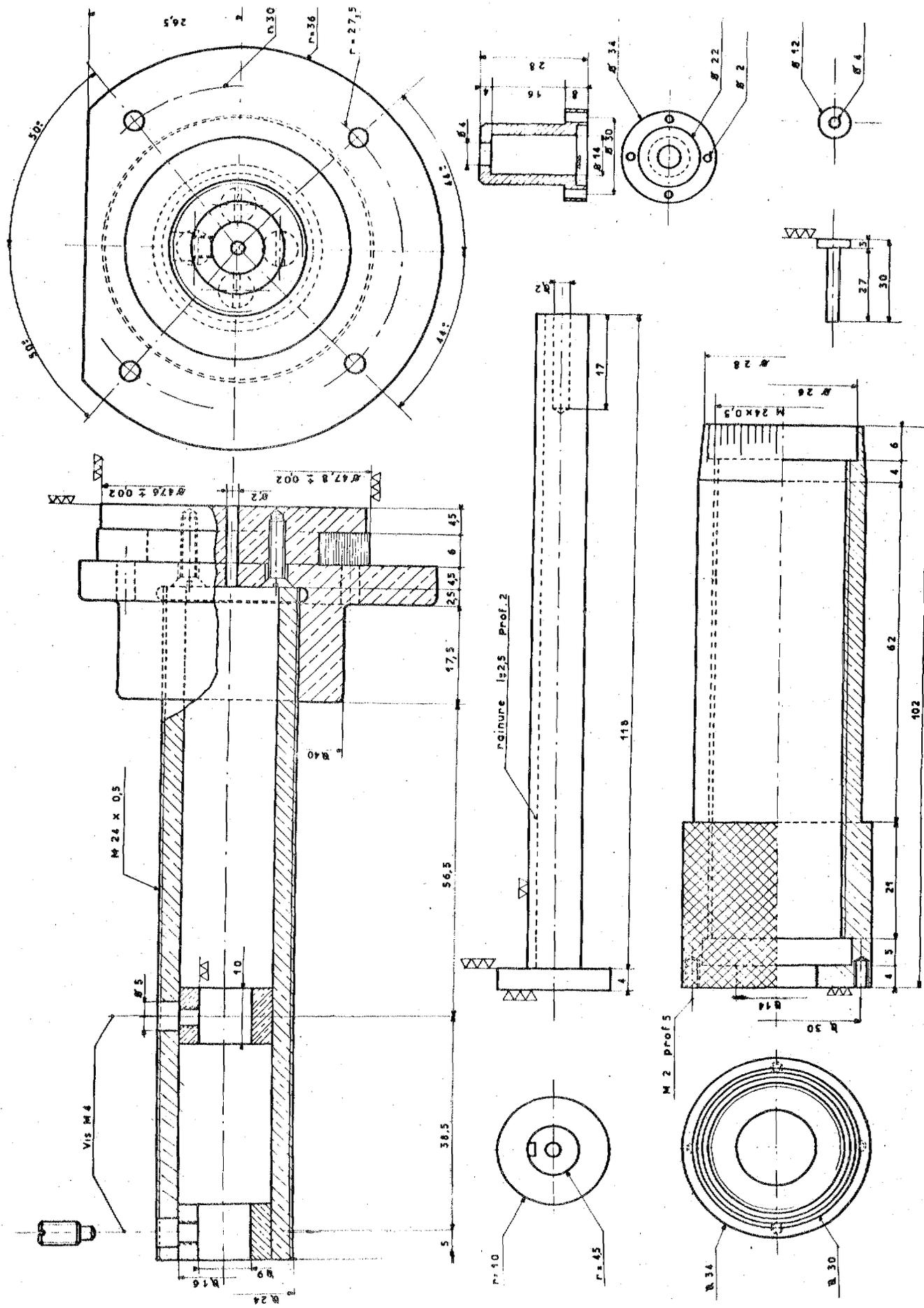


FIGURE 2.16 - Piston fixe de la cavité avec vis micrométrique pour le déplacement de l'échantillon sur l'axe du résonateur

La tête micrométrique qui porte à l'intérieur le filetage correspondant à celui du tube, se fixe par la vis axiale sur la tige du piston. Ainsi, en tournant la vis micrométrique, on tourne et déplace le piston dans la cavité. L'anneau isolant, en plus de son rôle électrique, guide le piston et évite une détérioration de la surface délicate de la cavité.

La graduation de la vis micrométrique permet l'étalonnage en fréquence.

Le piston opposé, dont les détails sont représentés figure 2.16 (p.54) est fixé sur le couvercle et porte également un anneau en matière isolante. De l'autre côté, un tube de 24 mm de diamètre est vissé dans le bossage cylindrique du couvercle. Ce tube guide à l'intérieur une tige destinée à porter un bâton en plexiglas de 2 mm de diamètre. Le bâton glisse, par l'ouverture au centre du piston, à l'intérieur de la cavité et pénètre même dans le piston en face. Ainsi, il est bien centré dans l'axe du résonateur. Le grenat lui-même est inséré dans un trou transversal du bâton.

A l'aide d'une tête micrométrique, le support du grenat se déplace axialement. Deux vis pénétrant dans une rainure de la tige empêchent celle-ci de tourner et garantissent ainsi une position invariable de l'échantillon par rapport à la direction du champ magnétique polarisant, quelle que soit son ordonnée sur l'axe de la cavité.

Les petits éléments à droite sur la figure 2.16 (page 54) servent à la liaison de la tête micrométrique et de la tige, permettant une rotation relative entre les deux pièces tout en couplant strictement leur mouvement axial.

Les deux photos 2.17 et 2.18 (page 56) illustrent la description précédente. Sur la première photo, on voit la cavité entièrement montée, à gauche la vis micrométrique du piston variable, à droite, celle du support de l'échantillon. On aperçoit également l'iris ovale de couplage ainsi que les quatre trous filetés pour la fixation du guide.

La deuxième photo (figure 2.18, page 56) montre exclusivement le support de l'échantillon. On distingue le bâton en plexiglas avec la petite sphère de grenat (à l'intérieur du petit cercle). Ce bâton est suffisamment long pour que la sphère puisse prendre n'importe quelle position sur l'axe de la cavité sans que le guidage cesse d'être assuré par le trou percé dans le piston opposé. On aperçoit également le piston poli et l'anneau isolant ainsi que la graduation de la vis micrométrique servant à déterminer la position exacte du grenat.

FIGURE 2.17 - Cavité de mesure

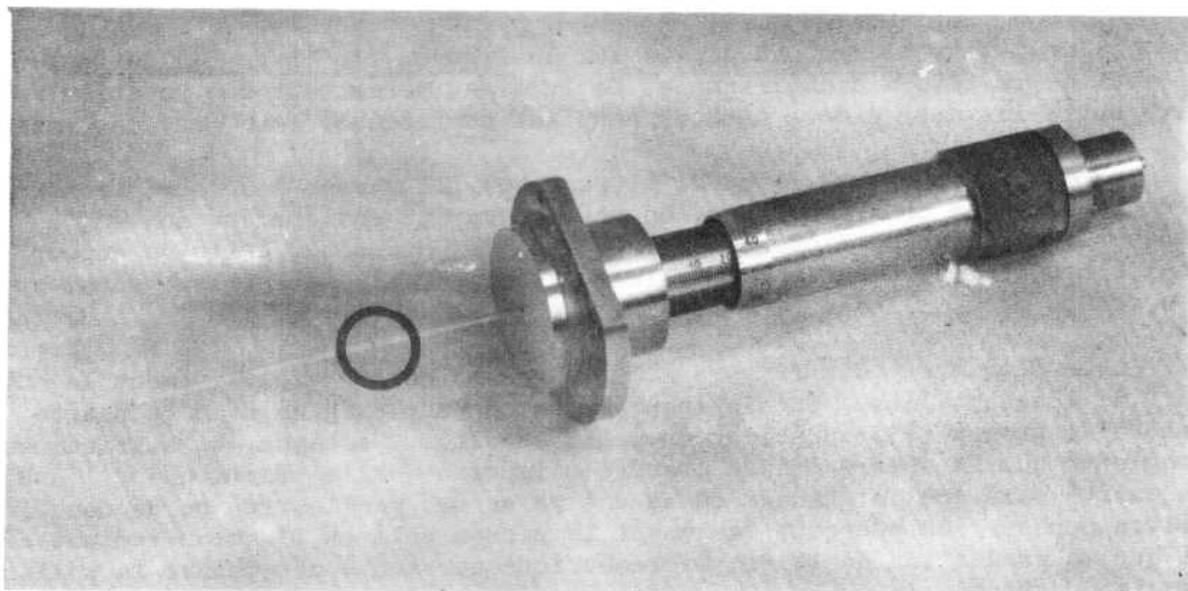
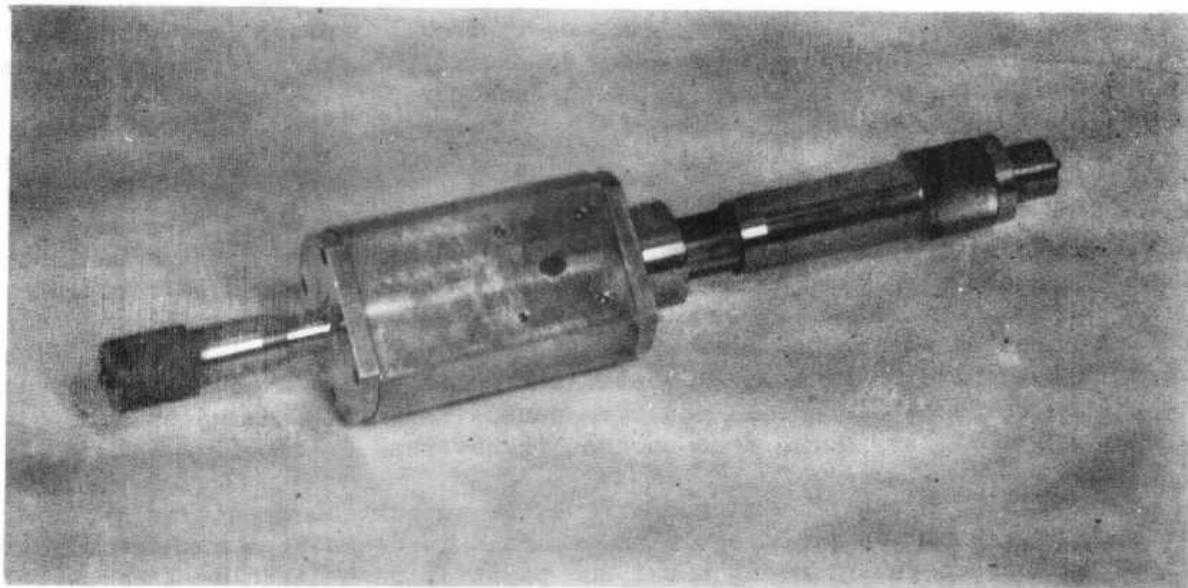


FIGURE 2.18 - Piston fixe avec support de l'échantillon et tête micrométrique.  
La position du grenat est indiquée par le cercle.

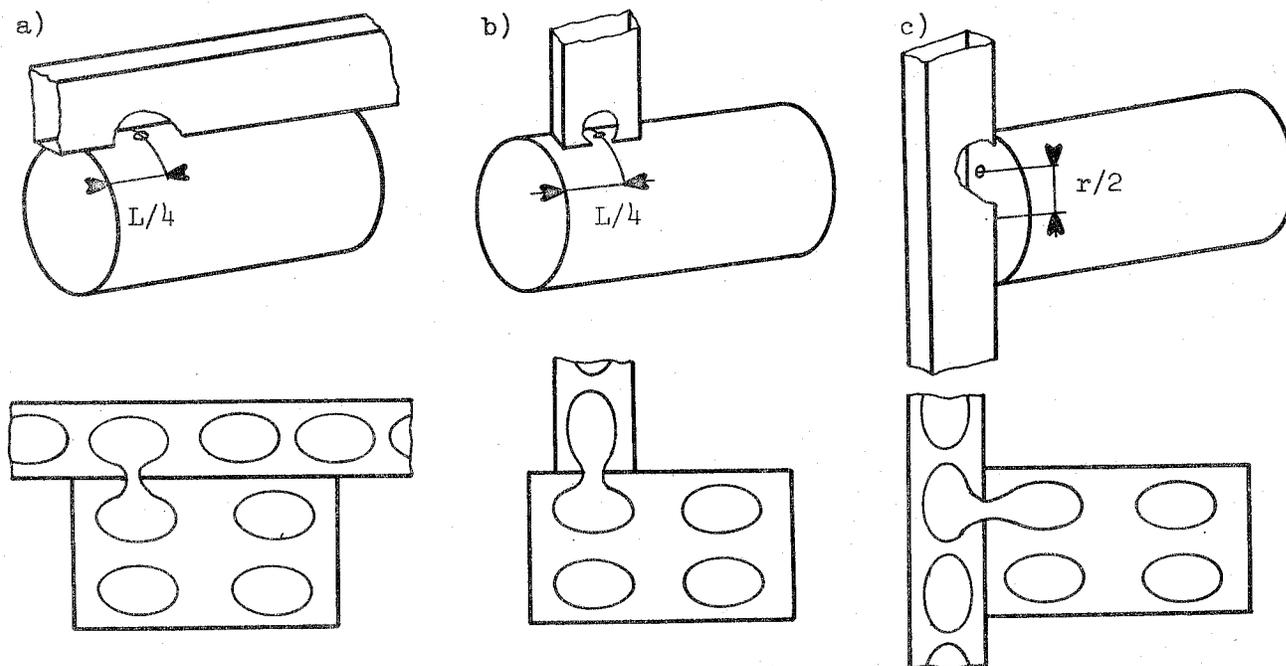
## 2 - DISPOSITIF DE COUPLAGE VARIABLE CAVITE - GUIDE

### 2.1 - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

La méthode de mesure que nous décrivons dans ce travail consiste à régler le couplage de la cavité au guide à une valeur bien particulière qu'il faut mesurer en même temps afin d'obtenir une des deux grandeurs nécessaires au calcul de la surtension du grenat.

Le mode  $TE_{012}$  se couple uniquement par une boucle ou par un iris. Nous avons choisi la deuxième méthode par raison de simplicité. Puisque le champ électrique est partout nul sur les parois de la cavité, le couplage au guide ne doit pas s'effectuer à un endroit où il y a, dans le guide, une composante de  $E$  perpendiculaire au plan de l'iris car, dans ce cas, on obtiendrait un couplage hybride qui perturberait sensiblement la configuration des champs dans la cavité et déteriorerait considérablement son facteur de surtension.

FIGURE 2.19 - Trois possibilités de couplage correct d'une cavité  $TE_{012}$  au guide



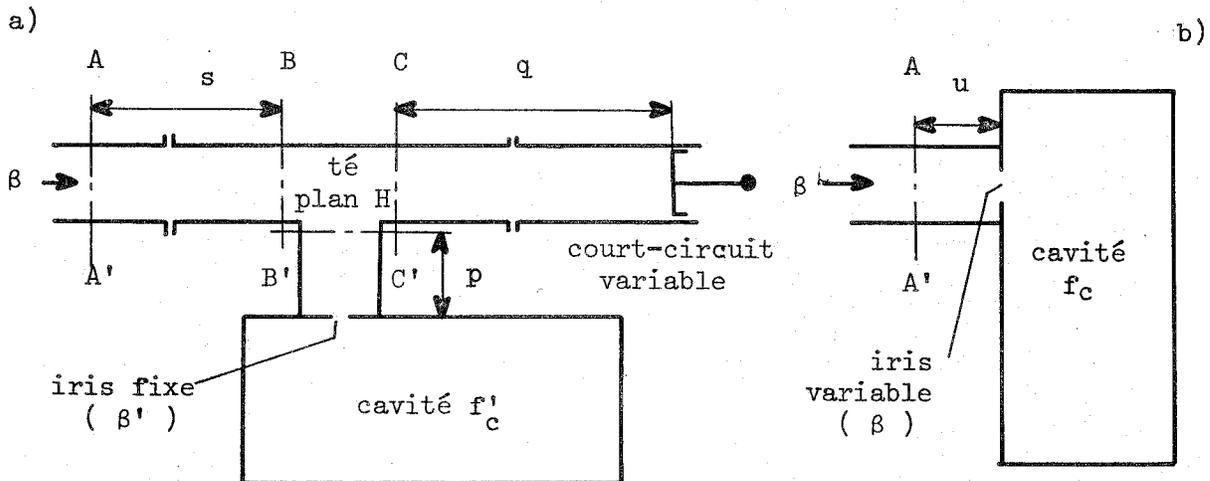
Le couplage correct a lieu, soit au bout d'un guide, soit sur son côté étroit (quelques possibilités de couplage à iris ont été représentées par la figure 2.19, page 57). La position favorable de l'iris par rapport à la cavité se trouve au maximum du champ magnétique, c'est-à-dire à  $L/4$  ou à  $3L/4$ , si l'on couple à travers la paroi latérale, et à  $r/2$  si l'on couple à travers un piston.

Dans tous les cas, le coefficient de couplage  $\beta$  dépend du diamètre de l'iris. WILSON, SCHRAMM et KINZER <sup>(28)</sup> ont étudié ces différents couplages et donnent des formules approximatives pour le diamètre des orifices. De toutes façons, nous ne pouvons pas utiliser la méthode qui consiste à faire varier directement le diamètre du trou.

Après différents essais, nous avons choisi la méthode de couplage suivante : La cavité est placée au bout du guide, correspondant à la figure 2.19.b (page 57). A l'aide d'un té plan H, une susceptance variable formée par un court-circuit et un morceau de guide est mise en parallèle avec la cavité, provoquant ainsi une variation de la fréquence de résonance et - ce qui est plus important pour nous - une variation du couplage de la cavité au guide.

L'ensemble dessiné schématiquement sur la figure 2.20.a peut alors être représenté dans un plan de référence A-A' par une simple cavité à iris variable (figure 2.20.b).

FIGURE 2.20 - Système à couplage variable de la cavité au guide

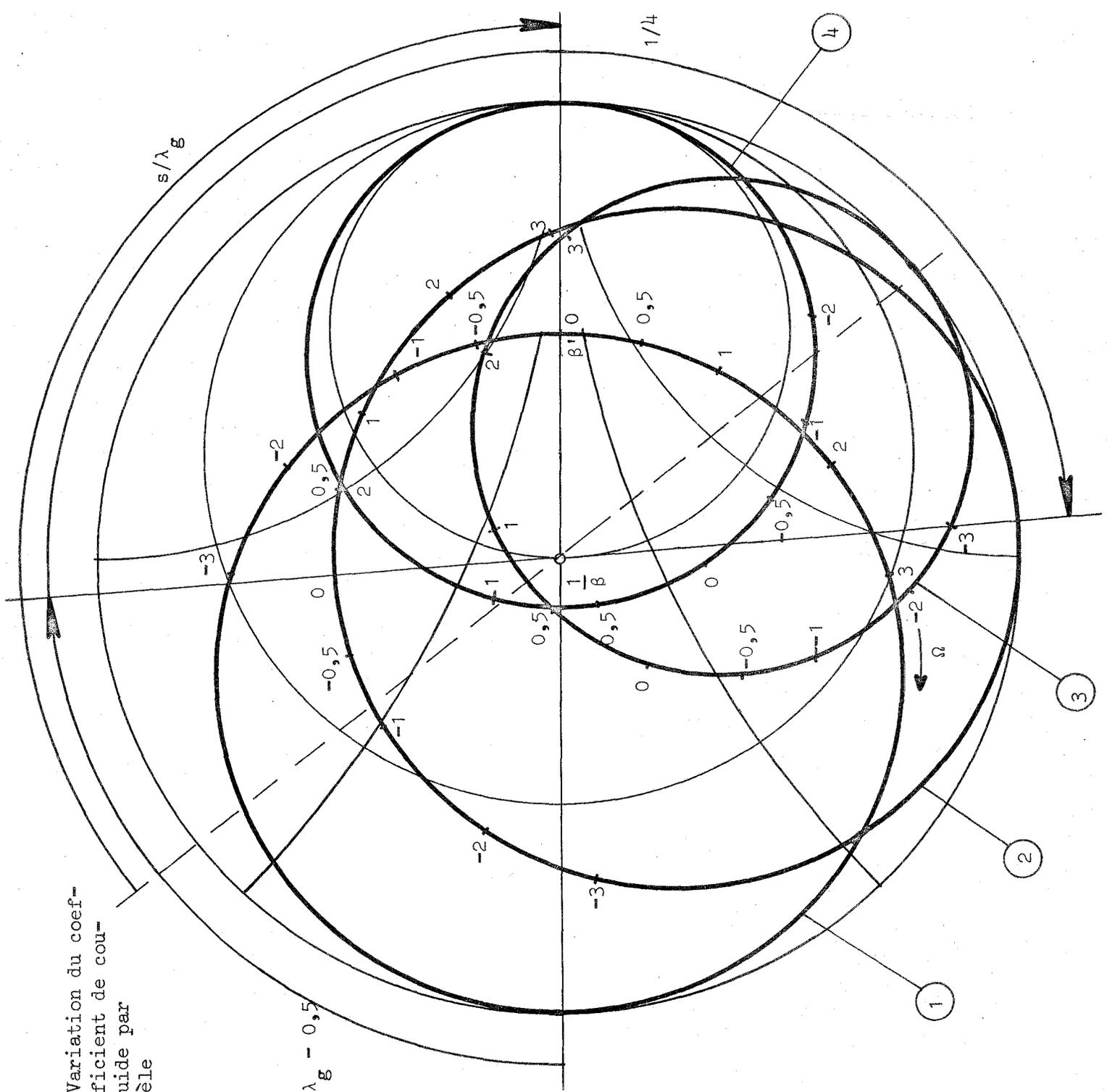


D'abord, la susceptance présentée par le court-circuit peut être considéré comme constante sur la faible plage de fréquence dans laquelle se produit la résonance de la cavité. Le changement de  $\beta$  s'évalue alors facilement sur l'abaque de SMITH (figure 2.21, page 59).

FIGURE 2.21 - Variation du coefficient de couplage d'une susceptance pure

$\Omega = Q_0 \zeta$

$p/\lambda_g = 0,5$



Dans la figure 2.21 (page 59), nous utilisons comme grandeurs de référence les valeurs de l'impédance caractéristique  $Z_0$  et la longueur d'onde  $\lambda_g$  à la fréquence de résonance  $f_c$  de la cavité. En conséquence, les caractéristiques représentées ne sont pas correctes loin de cette fréquence. Heureusement, la plage autour de la résonance, pour laquelle les courbes sont valables avec une précision supérieure à celle du dessin, s'étend sur la plus grande partie des lieux. Ainsi, pour faciliter la construction et pour garder les formes simples des courbes, nous travaillons avec les références constantes sachant que nous commettons une erreur dans la plage non intéressante.

Supposons que l'iris sur la figure 2.20.a (page 58) ait un diamètre tel qu'en cas de couplage simple au bout d'un guide, la cavité serait surcouplée,  $\beta'$  étant égal à 3. Puisque la cavité près de l'orifice se comporte comme un circuit résonnant parallèle, son impédance d'entrée peut être représentée par le cercle ① sur la figure 2.21. Cette impédance est transformée par une ligne de longueur  $p$ ; dans notre cas, c'est le bras 1 d'un té plan H avec une longueur de 3 cm. Si la fréquence  $f_0$  est égale à 9 GHz, ceci correspond à  $0,62 \lambda_g$ , et le cercle d'impédance tourne de  $(0,62-0,5)\lambda_g$  dans le sens des aiguilles d'une montre. Puisque l'admittance nous intéresse davantage pour ce qui suit, nous tournons encore de  $180^\circ$  en plus afin d'obtenir le lieu ② qui représente l'admittance transformée de la cavité.

Maintenant, considérons le court-circuit dans le bras 2 en une position telle que sa susceptance présentée dans le plan de référence C-C' ait par exemple la valeur  $-j$ . Rend compte du fait que cette grandeur est sensiblement constante sur une bande de fréquence relativement grande par rapport à la largeur de raie de la cavité, l'admittance dans le bras 3 du té (plan B-B') est également représentée par un cercle (lieu ③ sur la figure 2.21) trouvé par addition de la valeur  $-j$  au cercle ② en chaque point. (On se rend facilement compte que le lieu ③ est également un cercle en effectuant la construction dans le plan de GAUSS. L'addition d'une susceptance pure à un lieu circulaire déplace le dernier parallèlement à l'axe imaginaire sans changer sa forme. En conséquence, on obtient aussi un cercle sur l'abaque de SMITH, étant donné sa correspondance avec le plan de GAUSS).

Il suffit de transformer cette nouvelle admittance par une ligne de longueur  $s$  pour obtenir dans le plan A-A' l'impédance d'un circuit série (lieu ④). Nous constatons deux faits qui distinguent essentiellement la nouvelle impédance ④ de la première caractéristique ① :

1. l'impédance dans le plan A-A' est celle d'une cavité dont le coefficient de couplage  $\beta$  est inférieur au  $\beta'$  défini par le diamètre de l'iris.  $\beta$  est une fonction de  $\beta'$  et de la position du court-circuit.
2. la graduation de la courbe ④ est déplacée par la transformation. Ceci signifie un désaccord de la cavité.

Nous déduisons de la construction :

$$\beta' = 3$$

$$\text{valeurs arbitraires} \left\{ \begin{array}{l} f'_c = 9 \text{ GHz} \\ Q_o = 25\,000 \end{array} \right.$$

$$\beta = 1/0,8 = 1,25$$

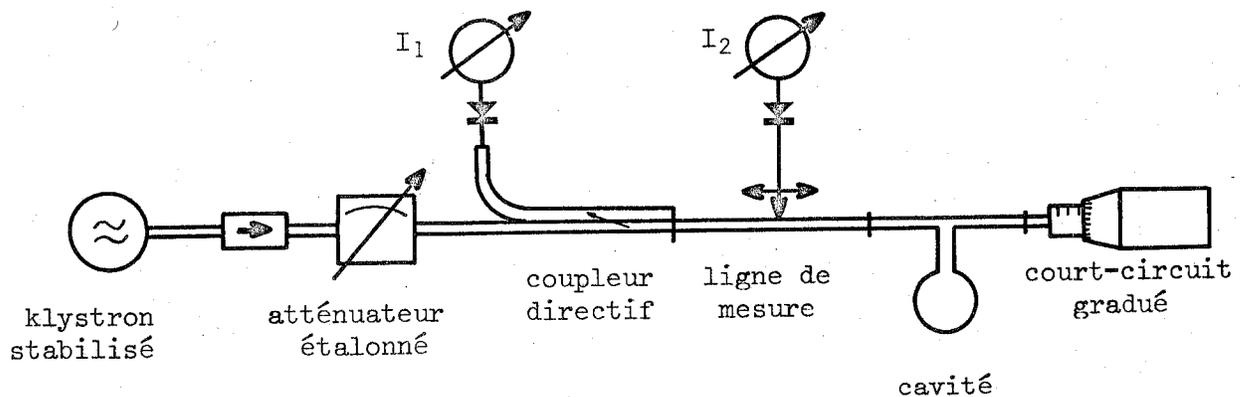
$$f_c = f'_c + 0,7 \cdot \frac{f'_c}{2 Q_o} = 9,000126 \text{ GHz}$$

Etant donné un diamètre de l'iris fixe, le court-circuit peut être directement étalonné en  $\beta$ . Le couplage maximal est déterminé par la dimension de l'orifice. La série de photos (figure 2.22, page 62) montre la puissance réfléchie par la cavité en fonction de la fréquence pour différentes positions du court-circuit. Sur la trace inférieure qui correspond au potentiel zéro, le marqueur indique la fréquence 9 GHz. On aperçoit aussi bien la variation de la largeur de la raie de résonance que le faible désaccord que nous avons prévu à la suite de la construction sur l'abaque de SMITH (figure 2.21, page 59).

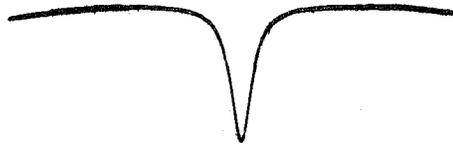
## 2.2 - ETALONNAGE EN $\beta$

Nous avons déjà dit que le coefficient de couplage  $\beta$  correspond au T.O.S. provoqué par la cavité à la fréquence de résonance quand elle est surcouplée. Nous pouvons donc étalonner la position du court-circuit en  $\beta$  en mesurant le TOS sur le guide à l'aide d'une ligne de mesure. La figure ci-dessous montre le schéma d'étalonnage que nous avons utilisé.

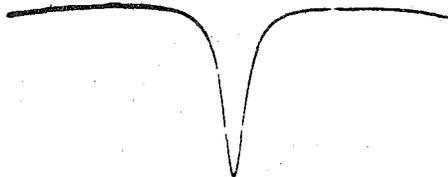
FIGURE 2.23 - Montage pour l'étalonnage du système de couplage cavité-grenat



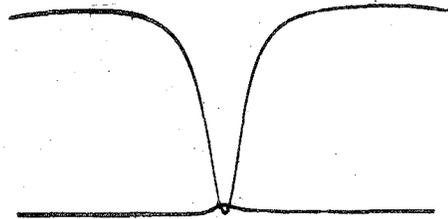
a. souscouplage ;  $\beta = 0,25$



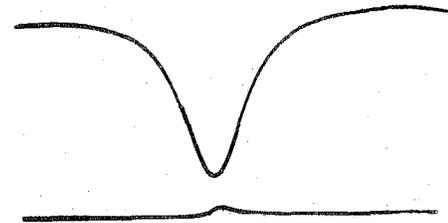
b. souscouplage ;  $\beta = 0,45$



c. couplage critique ;  $\beta = 1$



d. surcouplage ;  $\beta = 2$



e. surcouplage ;  $\beta = 4$

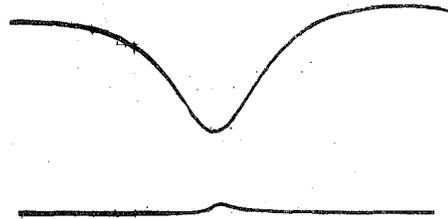


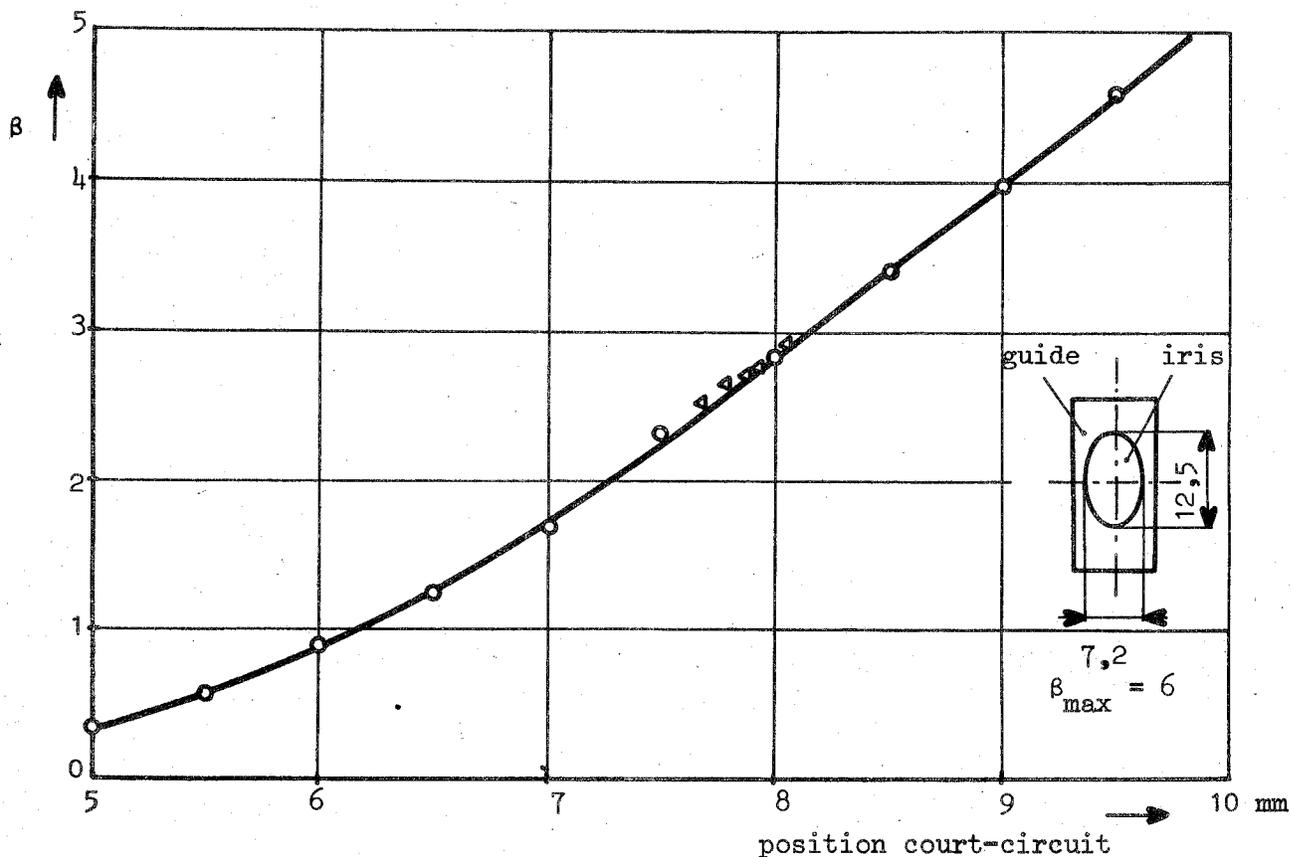
FIGURE 2.22 - Puissance réfléchie par la cavité en fonction de la fréquence pour différents  $\beta$  (différentes positions du court-circuit).

La cavité est réglée de telle sorte qu'elle résonne à 9 GHz pour un couplage critique.

Trace inférieure: niveau zéro.  
Le marqueur correspond à 9GHz  
Echelle de l'abscisse :  
1 carreau  $\hat{=}$  1 MHz.

Le coupleur directif permet de détecter l'onde réfléchiée par la cavité. Si la fréquence du klystron correspond à la fréquence de résonance de la cavité, le courant  $I_1$  est minimal. Une stabilisation du klystron, que nous décrirons dans le chapitre suivant, facilite beaucoup la mesure du T.O.S. et augmente avant tout la précision, car le coefficient de réflexion varie considérablement avec la fréquence en raison de la grande surtension de la cavité.

Nous avons établi la courbe d'étalonnage ci-dessous. L'échelle de l'abscisse correspond à la graduation micrométrique du court-circuit mobile. Les dimensions et la position du trou par rapport à la cavité et au guide sont données.



**FIGURE 2.24** - Coefficient de couplage cavité-guide en fonction de la position du court-circuit.  $f = 9,05$  GHz  
 ○ mesuré sur la caractéristique quadratique du cristal  
 △ mesuré à l'aide d'un atténuateur étalonné

### 3 - DISPOSITIF POUR LA MESURE DU FACTEUR DE SURTENSION PROPRE DE LA CAVITE

---

Suivant la formule développée dans la première partie (1.58) :  
 $Q_g = Q_o / (\beta - 1)$ , sur laquelle nous basons notre mesure de largeur de raie, la connaissance du facteur de surtension propre  $Q_o$  de la cavité est nécessaire.

Une description des méthodes courantes de la mesure de  $Q$  est donnée par GINZTON (3). Nous pouvons les classer en trois groupes :

- les mesures statiques, qui correspondent à la mesure de  $Q$  aux basses fréquences. On détermine la différence de fréquence entre les points à mi-hauteur de la courbe de résonance en la traçant point par point. On obtient  $Q$  ensuite en divisant la fréquence de résonance par cet écart.  
Pour des cavités à grand facteur de surtension, cette méthode n'est pas assez précise.
- les mesures du décrément des champs dans la cavité, si l'excitation est brusquement interrompue. En mesurant la constante de temps  $\tau$  de l'évanouissement des champs, on détermine le  $Q$  en charge par la simple formule :

(2.15)

$$Q_c = \pi \cdot f \cdot \tau$$

L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de déterminer le  $Q$  à une seule fréquence. Elle correspond alors le mieux à la définition du facteur de surtension. Néanmoins, elle exige un système à impulsions assez compliqué.

- les mesures dynamiques, qui s'effectuent par comparaison de la courbe de résonance de la cavité avec celle d'un circuit à basse fréquence dont on connaît le facteur de surtension.

Mentionnons encore la référence de quelques autres méthodes assez originales, celle de LEIBRECHT (29) ou de BURTON et al. (30) qui sont plus ou moins des combinaisons des principes décrits ci-dessus.

Nous présentons maintenant une méthode dynamique dont le principe a été décrit par LE CAINE (31) et qui garantit une très bonne précision (2-3 %). Nous l'avons choisie parce que le montage est bien compatible avec le dispositif de mesure de la largeur de raie gyromagnétique décrit dans le chapitre 4.

### 3.1 - PRINCIPE DE LA MESURE DE Q

Le principe de notre mesure de Q consiste à comparer la courbe de résonance de la cavité avec celle d'un circuit à -relativement- basse fréquence, dont la surtension est variable et connue. Nous nous servons de deux canaux superhétérodynes qui sont alimentés par la même source de signal (modulée en fréquence) et le même oscillateur local. La cavité à mesurer se trouve dans la partie hyperfréquence du premier canal, le circuit de comparaison dans la partie fréquence intermédiaire du deuxième. Les signaux de sortie des deux canaux sont visualisés simultanément sur le même oscilloscope.

Le schéma du montage est présenté figure 2.25 (page 66) et montre les éléments principaux avec leurs caractéristiques. Le générateur de signal est un klystron ordinaire modulé en fréquence par des dents de scie à 50 Hz synchronisées sur le secteur. Le canal I contient la cavité en réflexion. Puisque, pour la comparaison avec un circuit classique à la fréquence intermédiaire, une caractéristique en transmission est nécessaire, nous sommes obligés d'ajouter un circuit qui transforme la caractéristique en réflexion de la cavité, en une caractéristique en transmission. Ce circuit est décrit plus loin.

La partie hyperfréquence du deuxième canal est un simple atténuateur variable permettant le réglage de la puissance. Son facteur de transmission est constant sur la fréquence.

Lorsque la fréquence est balayée au voisinage de la résonance de la cavité, aux entrées des mélangeurs se présentent deux signaux essentiellement différents, le signal I étant modulé en fréquence et en amplitude, le signal II en fréquence seulement.

L'oscillateur local, un klystron stabilisé en fréquence, fournit une oscillation inférieure de 30 MHz à la fréquence de résonance de la cavité. Ainsi, l'amplificateur intermédiaire I reçoit la courbe de résonance transposée à 30 MHz, mais avec la même largeur de raie  $\Delta f$ . Le détecteur suivant prépare la courbe à la présentation sur l'oscilloscope, qui est balayé extérieurement par la tension de modulation du klystron.

Le mélangeur II sort une tension à amplitude constante sur toute la gamme de modulation autour de 30 MHz. L'amplificateur suivant débite sur le circuit de comparaison qui provoque une modulation en amplitude du signal intermédiaire, de façon qu'à la sortie du détecteur II se présente une tension comparable à celle du détecteur I.

La bascule bistable bloque alternativement un des deux canaux, toujours en synchronisme avec la modulation. L'oscilloscope trace alors alternativement les caractéristiques de la cavité et du circuit de comparaison, qui apparaissent simultanément à cause de la vitesse du balayage.

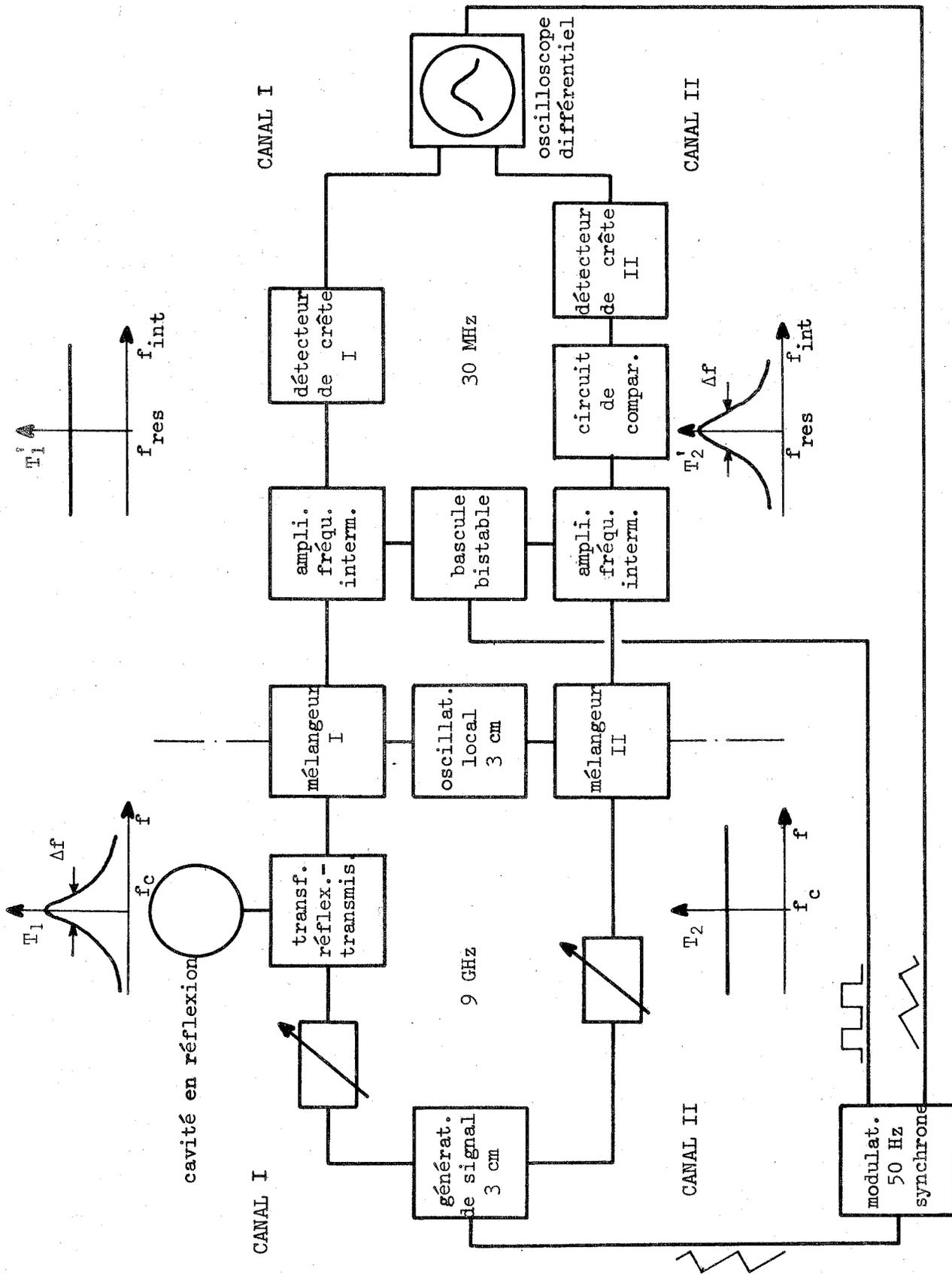


FIGURE 2.25 - Schéma du montage pour la mesure dynamique du facteur de surtension de la cavité

Le facteur de surtension du circuit de comparaison est variable. En agissant sur son  $Q$  et les atténuateurs dans la partie hyperfréquence, il est possible de faire coïncider les deux courbes.

Si l'on connaît la relation des deux fréquences  $f_c$  (fréquence de résonance de la cavité) et  $f_{res}$  (fréquence de résonance du circuit de comparaison), ainsi que la surtension  $Q_{com}$  du circuit de comparaison, on peut calculer la surtension de la cavité. Lorsque les largeurs de raie  $\Delta f$  sont identiques dans les deux canaux, on a :  $f_c/Q_c = f_{res}/Q_{com}$ . D'où :

$$(2.16) \quad Q_c = Q_{com} \cdot (f_c/f_{res})$$

L'étalonnage du circuit de comparaison en  $Q$  ne pose pas de problème en raison de la fréquence relativement basse.

Ce que nous mesurons est naturellement le  $Q$  en charge de la cavité. Mais on peut facilement régler le couplage à la valeur critique, alors  $\beta = 1$  et :  $Q_o = 2 Q_c$ .

Nous allons décrire en détail les différents éléments du montage, leurs caractéristiques et leur réalisation.

### 3.2 - CARACTERISTIQUES ET REALISATION DES DIFFERENTS ELEMENTS DU DISPOSITIF POUR LA MESURE DU FACTEUR DE SURTENSION

#### 3.2.1 - Le transformateur de caractéristique réflexion en caractéristique transmission

Dans le montage original de LE CAINE (<sup>31</sup>), la cavité à mesurer fonctionne en transmission afin d'obtenir une caractéristique comparable à la courbe de résonance d'un circuit résonnant classique. Nous devons ici construire un montage qui présente les caractéristiques d'une cavité en transmission ayant comme élément résonnant la cavité en réflexion à mesurer.

D'abord, nous voulons comparer les deux caractéristiques (voir la figure 2.26, page 68) en cas d'un couplage critique de la cavité au guide. (Nous choisissons le couplage critique parce qu'il permet de déterminer facilement  $Q_o$  qui est deux fois le  $Q$  en charge, que l'on mesure. En plus, ce couplage est facile à mettre au point car la puissance absorbée est maximale pour  $\beta = 1$ . Nous verrons plus loin que, de toute façon, la transformation effectuée fonctionne uniquement pour cette valeur de  $\beta$ ).

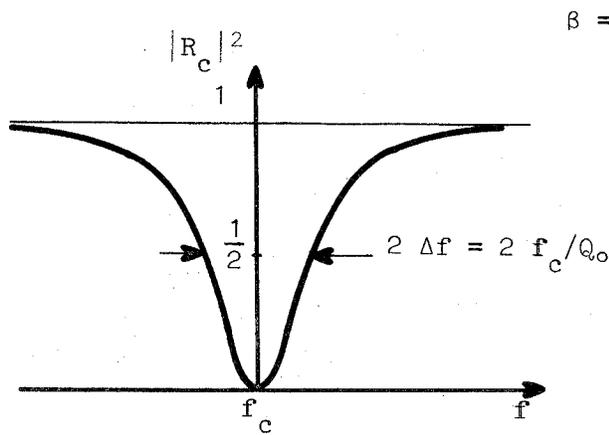


Figure 2.26.a - Caractéristique d'une cavité en réflexion

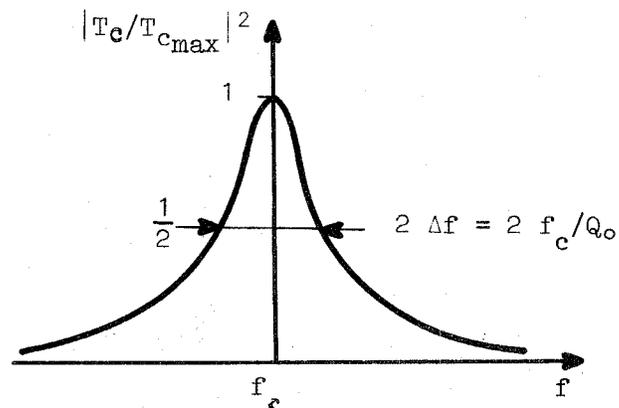


Figure 2.26.b - Caractéristique en transmission recherchée

FIGURE 2.26

La figure 2.26.a montre le carré du module du coefficient de réflexion d'une cavité qui, dans un plan de résonance série est donné par l'expression :

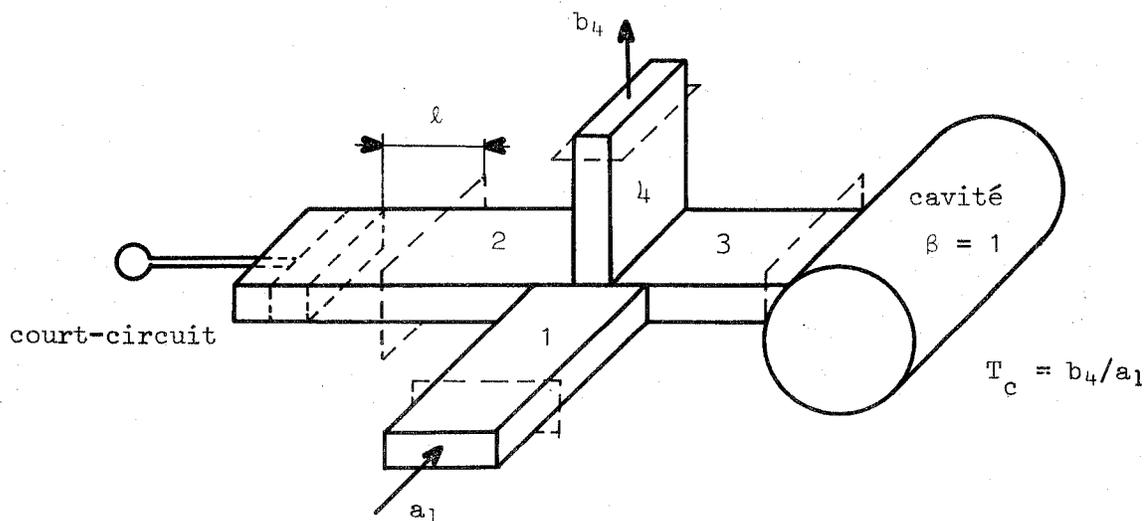
$$(2.17) \quad R_c = \frac{j \frac{Q_0}{2} \zeta}{1 + j \frac{Q_0}{2} \zeta}$$

On voit facilement que la caractéristique en transmission correspondante (figure 2.26.b) est :

$$(2.18) \quad \left| \frac{T_c}{T_{cmax}} \right|^2 = 1 - |R_c|^2$$

Cette relation peut être réalisée par le montage de la figure ci-dessous, un té magique dont les deux bras latéraux 2 et 3 sont respectivement terminés par un court-circuit et la cavité.

FIGURE 2.27 - Transformateur de la caractéristique en réflexion de la cavité en une caractéristique en transmission



La puissance de l'onde incidente  $a_1$  est constante sur la fréquence, et la réactance présentée par le court-circuit ne varie pratiquement pas dans la gamme qui couvre la courbe de résonance de la cavité. A l'aide de la matrice de répartition du té, on montre que l'onde émergente du bras 4 (pourvu que celui-ci soit terminé par l'impédance caractéristique) est uniquement une fonction de l'onde incidente  $a_1$  dans le bras 1 et de la différence des deux coefficients de réflexion  $R_{C_2}$  et  $R_{C_3}$  dans les bras latéraux :

$$(2.19) \quad b_4 = -\frac{a_1}{2} (R_{C_2} - R_{C_3})$$

Dans le bras 3, nous choisissons comme plan de référence un endroit où la cavité se comporte comme un circuit résonnant série ( $R_{C_3} = R_C$ ). Si l'on règle le court-circuit dans le bras 2 tel que le coefficient de réflexion  $R_C$  ait la valeur 1 dans le plan de référence correspondant, le facteur de transmission :  $T_C = b_4/a_1$  devient :

$$(2.20) \quad T_C = b_4/a_1 = -\frac{1}{2} (1 - R_C)$$

où  $T_{C_{max}}$  a la valeur réelle :  $-1/2$ .

Multipliant chacun des deux membres de cette équation par sa valeur complexe conjuguée, nous obtenons :

$$(2.21) \quad \left| \frac{T_C}{T_{C_{max}}} \right|^2 = |1 - R_C|^2$$

Les équations (2.18) et (2.21) sont identiques avec la condition :

$$(2.22) \quad (\text{Im}\{R_C\})^2 = (1 - \text{Re}\{R_C\}) \text{Re}\{R_C\}$$

L'expression (2.17) pour  $R_C$  d'une cavité à couplage critique satisfait à cette condition. En conséquence, notre dispositif peut servir comme transformateur de caractéristique réflexion en caractéristique transmission d'une cavité au *couplage critique* avec le guide.

Si l'on essaie de satisfaire la condition (2.22) par l'expression générale pour  $R_C$  :

$$(2.23) \quad R_C = \frac{\frac{1}{\beta} (1 + j Q_0 \zeta) - 1}{\frac{1}{\beta} (1 + j Q_0 \zeta) + 1}$$

on trouve qu'une solution n'est possible que pour  $\beta = 1$ . Cette particularité du dispositif ne nous gêne pas du tout, d'autant plus que nous avons choisi le couplage critique pour différentes autres raisons.

La perte de 3 dB, exprimée par la valeur  $1/2$  du coefficient  $T_{C_{max}}$ , n'a aucune importance, car nous disposons d'une puissance suffisante à l'entrée.

La position correcte du court-circuit se trouve facilement en observant le signal  $b_4$ . La courbe de transmission doit être symétrique et de hauteur maximale.

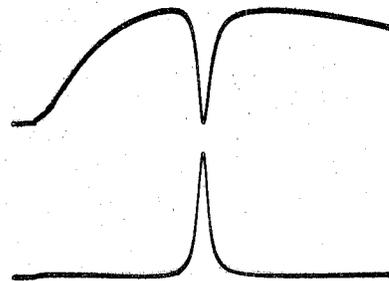


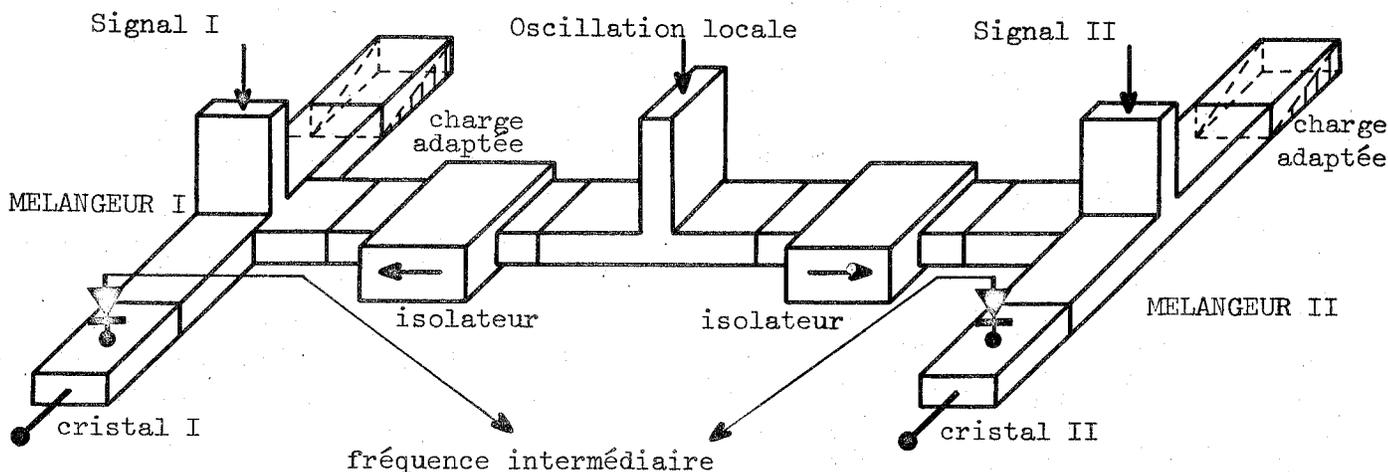
FIGURE 2.28 - Oscillogrammes de la caractéristique en réflexion (trace supérieure) et de la caractéristique en transmission correspondante (trace inférieure)

La figure 2.28 montre les oscillogrammes des deux caractéristiques décrites. La trace supérieure visualise le mode du klystron avec le pic d'absorption de la cavité. La trace inférieure correspond au signal  $b_4$  ayant la forme caractéristique de transmission. C'est la largeur de cette courbe que nous allons mesurer à l'aide de notre montage.

### 3.2.2 - Les mélangeurs

Les deux mélangeurs I et II sont pratiquement identiques et ne présentent pas de particularités. Leur montage (figure ci-après) est extrêmement simple.

FIGURE 2.29 - Montage des deux mélangeurs



Le signal et l'oscillation locale se superposent dans un té magique. Nous avons ainsi la possibilité de construire des mélangeurs équilibrés supprimant le bruit de l'oscillateur local, mais en raison du signal suffisamment fort, nous nous contentons, dans notre application, d'un seul cristal dans un bras latéral, l'autre étant terminé par une charge adaptée. Les cristaux dans les deux mélangeurs sont accordés sur la fréquence moyenne du signal, c'est-à-dire la fréquence de résonance de la cavité. Pour éviter une influence mutuelle des mélangeurs par la connexion commune à l'oscillateur local, deux isolateurs sont insérés dans cette ligne.

La puissance de l'oscillateur local est réglée de telle façon qu'un courant détecté de 0,6 mA environ traverse le cristal. C'est une valeur qui, généralement, est considérée comme optimale. Le signal étant beaucoup plus faible (de l'ordre de 1  $\mu$ W par cristal), les mélangeurs sont des éléments pratiquement linéaires. L'amplitude de la tension de sortie à 30 MHz est alors proportionnelle aux amplitudes des champs électrique et magnétique dans les canaux hyperfréquences.

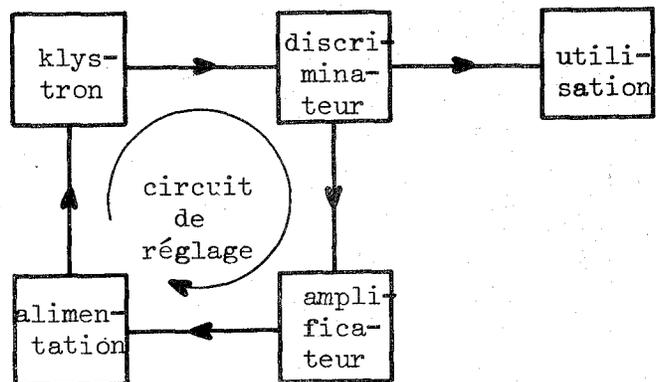
### 3.2.3 - La stabilisation en fréquence de l'oscillateur local

Du fait que chaque variation de la fréquence de l'oscillateur local provoque le même changement de la fréquence intermédiaire, il faut stabiliser cet oscillateur si l'on veut faire des mesures faciles et précises. Cela paraît évident, si l'on considère la stabilité d'un klystron non asservi qui est de  $10^{-4}$  environ. La fréquence nominale étant de 9 GHz, elle peut se déplacer de 1 MHz autour de cette valeur. Dans la gamme intermédiaire, ceci correspond à une variation de  $\pm 3,3\%$ , qui est de l'ordre de la largeur de raie que nous voulons mesurer. Il faut alors diminuer cette variation au moins d'un facteur 100.

Nous avons réalisé une stabilisation suivant le principe de POUND (32). Un discriminateur de fréquence fournit une tension d'erreur qui, amplifiée par un amplificateur à chopper, est superposée à la tension d'alimentation du réflecteur de façon que le changement de la fréquence soit compensé.

La figure ci-dessous montre le principe de l'asservissement du klystron.

FIGURE 2.30 - Principe de la stabilisation en fréquence

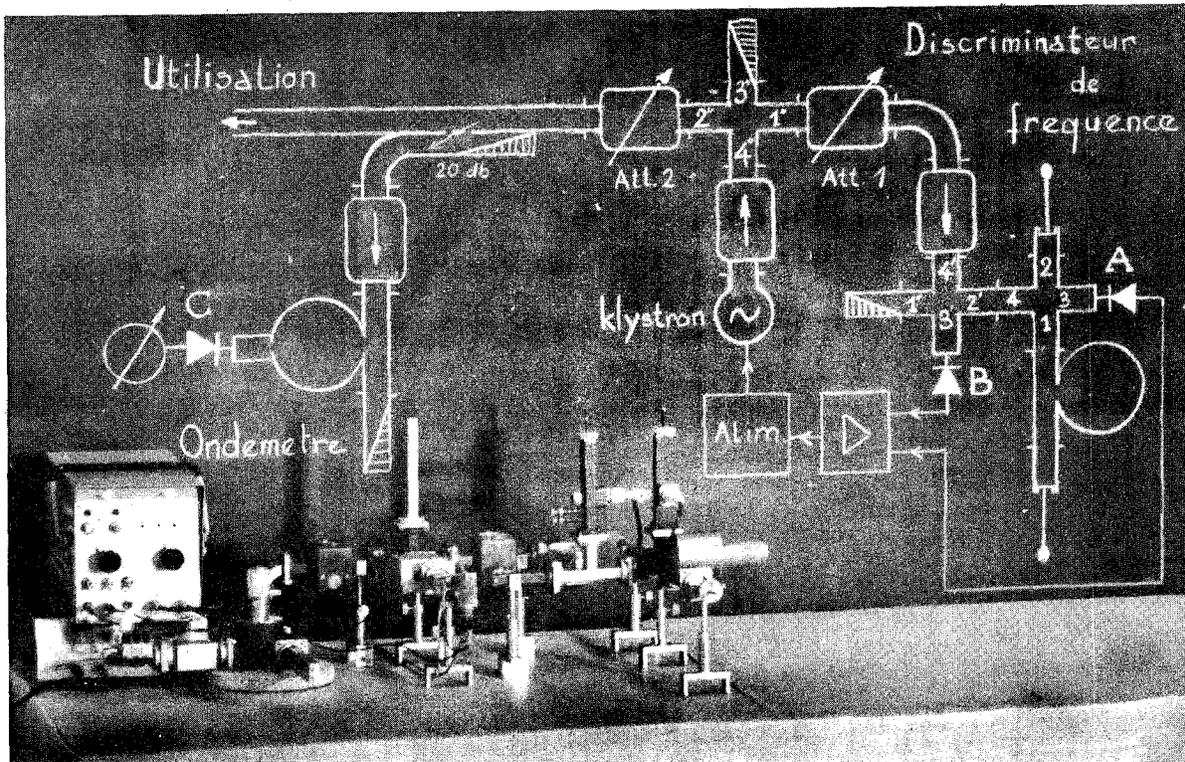


Le discriminateur ne pose pas de problème. Son montage et son schéma sont simultanément représentés figure 2.31 (page 72).

L'amplificateur est, en principe, celui décrit par BOUTHINON et COUMES (33). Nous l'avons cependant modifié dans différents points :

- la polarisation des cristaux est supprimée. Il ne s'agit pas de détecter un faible signal, mais la *faible variation* d'un signal assez fort. Il est évident que, dans notre cas, *la variation absolue* du signal est d'autant plus grande que le signal est fort, sa *variation relative* étant, bien sûr, uniquement une fonction de la fréquence. Il est alors plus logique de polariser le cristal par le signal lui-même.
- les transistors du chopper sont montés dans une enceinte thermostatée.
- l'amplificateur qui suit le chopper est réduit à trois transistors. Il possède une impédance d'entrée de 1 K $\Omega$ . Ainsi, les entrées A et B (voir le schéma figure 2.32, page 73) présentent une impédance dynamique de 3 K $\Omega$ . Nous

**FIGURE 2.31** - Montage et schéma de la stabilisation de fréquence  
(à gauche, l'amplificateur à chopper)



avons déterminé expérimentalement que cette valeur garantit une sensibilité maximale de l'ensemble pour une tension détectée de 400 mV environ.

- nous avons prévu un multivibrateur séparé pour la commande du transistor redresseur. Naturellement, ce multivibrateur est synchronisé sur le signal de commande du chopper. Ainsi une commande symétrique du chopper est garantie.

La notice correspondante <sup>(34)</sup> décrit en détail le fonctionnement et la mise au point de l'ensemble et contient une série de différents oscillogrammes.

Le facteur de stabilisation, mesuré sur le flanc de la courbe de résonance d'un ondemètre suivant le principe décrit par BOUTHINON <sup>(33)</sup> est de l'ordre de  $10^6$ . Après une période de chauffage suffisante, on atteint des valeurs de  $10^7$  environ pendant quelques minutes.

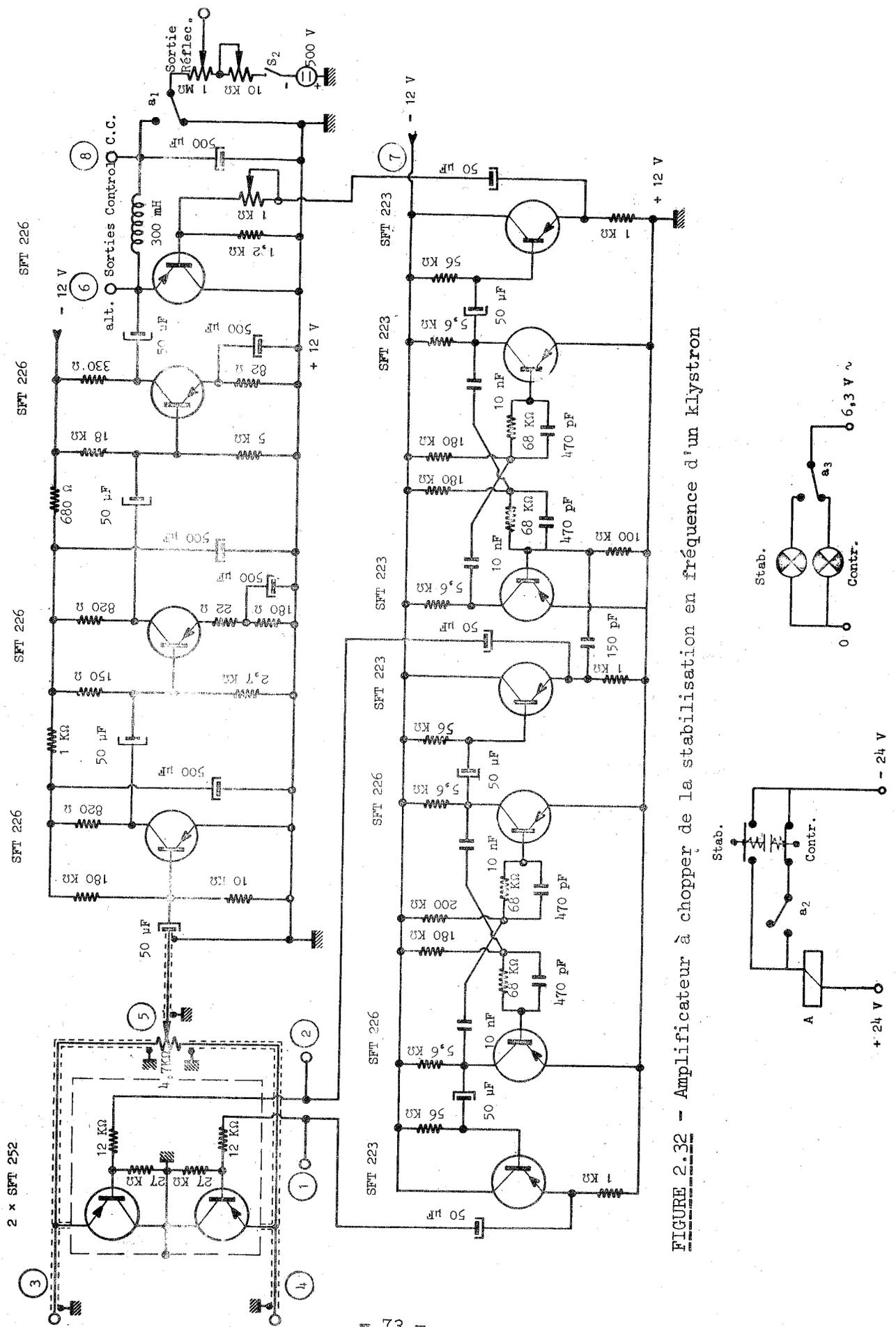


FIGURE 2.32 - Amplificateur à chopper de la stabilisation en fréquence d'un klystron

### 3.2.4 - La partie à fréquence intermédiaire

Au cours du chapitre 3.1, nous avons déjà exposé les principales caractéristiques de la partie à fréquence intermédiaire. Il est alors clair que les deux amplificateurs suivant les mélangeurs doivent posséder un gain constant dans une bande qui est au moins égale à la largeur de raie de la cavité en charge.

Les deux amplificateurs sont alternativement bloqués et ouverts par une bascule bistable, commandée par le modulateur.

Le circuit de comparaison est un simple circuit résonnant parallèle dont le facteur de surtension est variable à l'aide de la résistance dynamique d'une triode mise en parallèle avec le circuit (voir la figure 2.33). Cette résistance dynamique  $\rho$  dépend de la tension de grille de la triode suivant la figure 2.34.

FIGURE 2.33 - Schéma du circuit de comparaison à coefficient de surtension variable

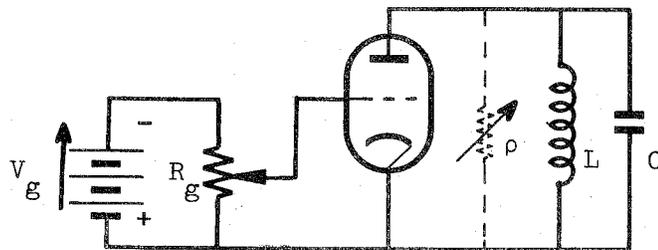
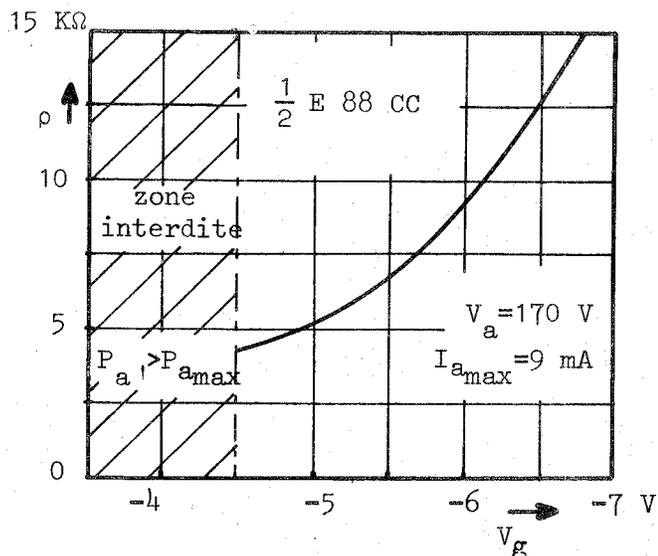


FIGURE 2.34 - Résistance dynamique d'une triode en fonction de la tension de grille



Ayant une tension  $V_g$  connue et stable, on peut directement étalonner le potentiomètre  $R_g$  en  $Q$  du circuit.

Le grand avantage de cette méthode réside dans la variation purement résistive de l'impédance présentée par le tube. Mais tous les autres paramètres du tube doivent demeurer rigoureusement constants de même que les tensions anodique et de chauffage. Pour cette raison, nous stabilisons toutes les alimentations.

Les détecteurs sont des diodes à pointe qui chargent un condensateur (détection de crête). Leur polarité est telle que le signal sortant du canal I est positif et celui sortant du canal II négatif afin d'obtenir les deux courbes de résonance dans la même position sur l'oscilloscope différentiel.

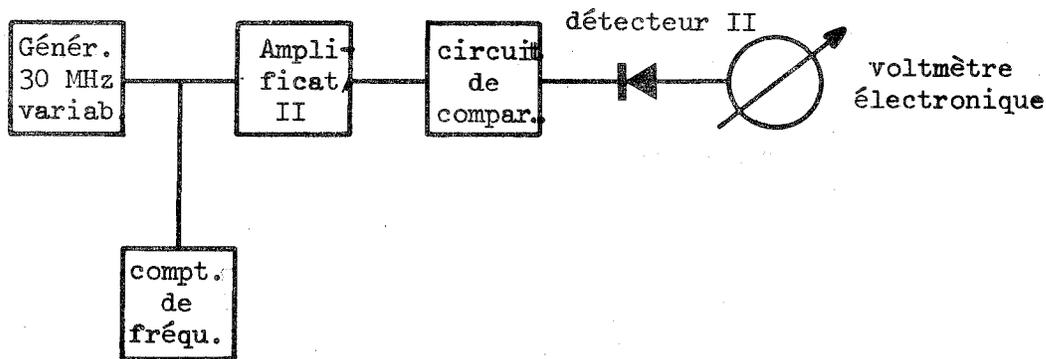
Sur la figure 2.35 (page 76), nous présentons le schéma de toute la partie à fréquence intermédiaire. Elle montre également l'alimentation stabilisée pour le chauffage des tubes.

Le gain de l'amplificateur I est constant entre 28,5 et 31,5 MHz.

Le potentiomètre de précision  $R_g$  est composé de deux décades de résistances  $R_1$  et  $R_2$  réglées sur des valeurs complémentaires telles que leur somme, vue par la pile, soit toujours constante.

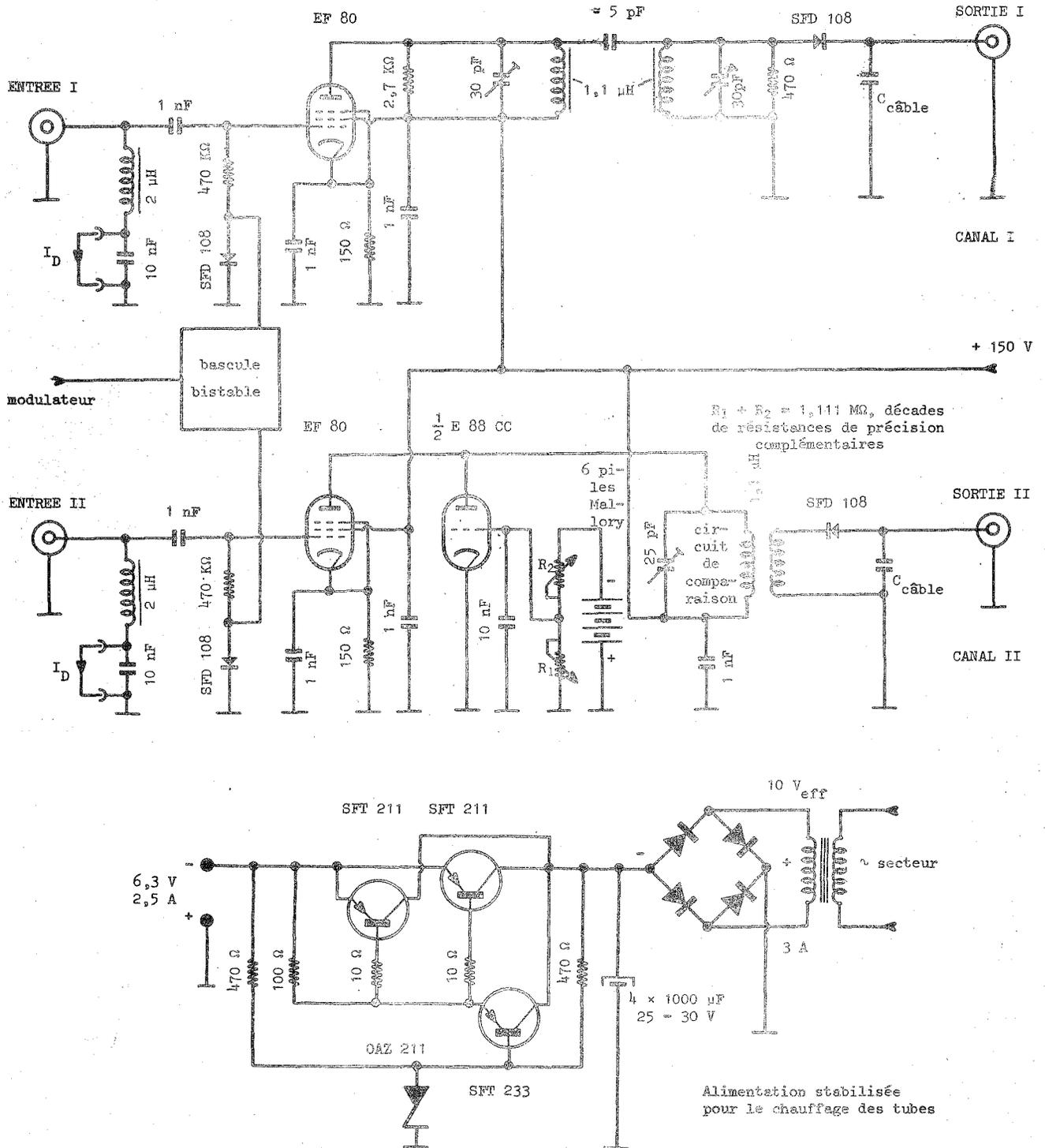
L'étalonnage en  $Q$  du circuit de comparaison a été fait suivant le schéma ci-dessous. Le générateur à fréquence variable fournit une puissance constante autour de 30 MHz. D'abord le circuit est accordé sur 30 MHz. Ensuite la fréquence du générateur est changée jusqu'à ce que le voltmètre, dont l'impédance d'entrée est celle de l'oscilloscope, montre  $1/\sqrt{2}$  fois la valeur de la tension maximale à 30 MHz. Les deux fréquences correspondantes se mesurent à l'aide du compteur digital avec grande précision ; leur différence est la largeur de raie du circuit.

FIGURE 2.36 - Schéma d'étalonnage du circuit de comparaison en  $Q$

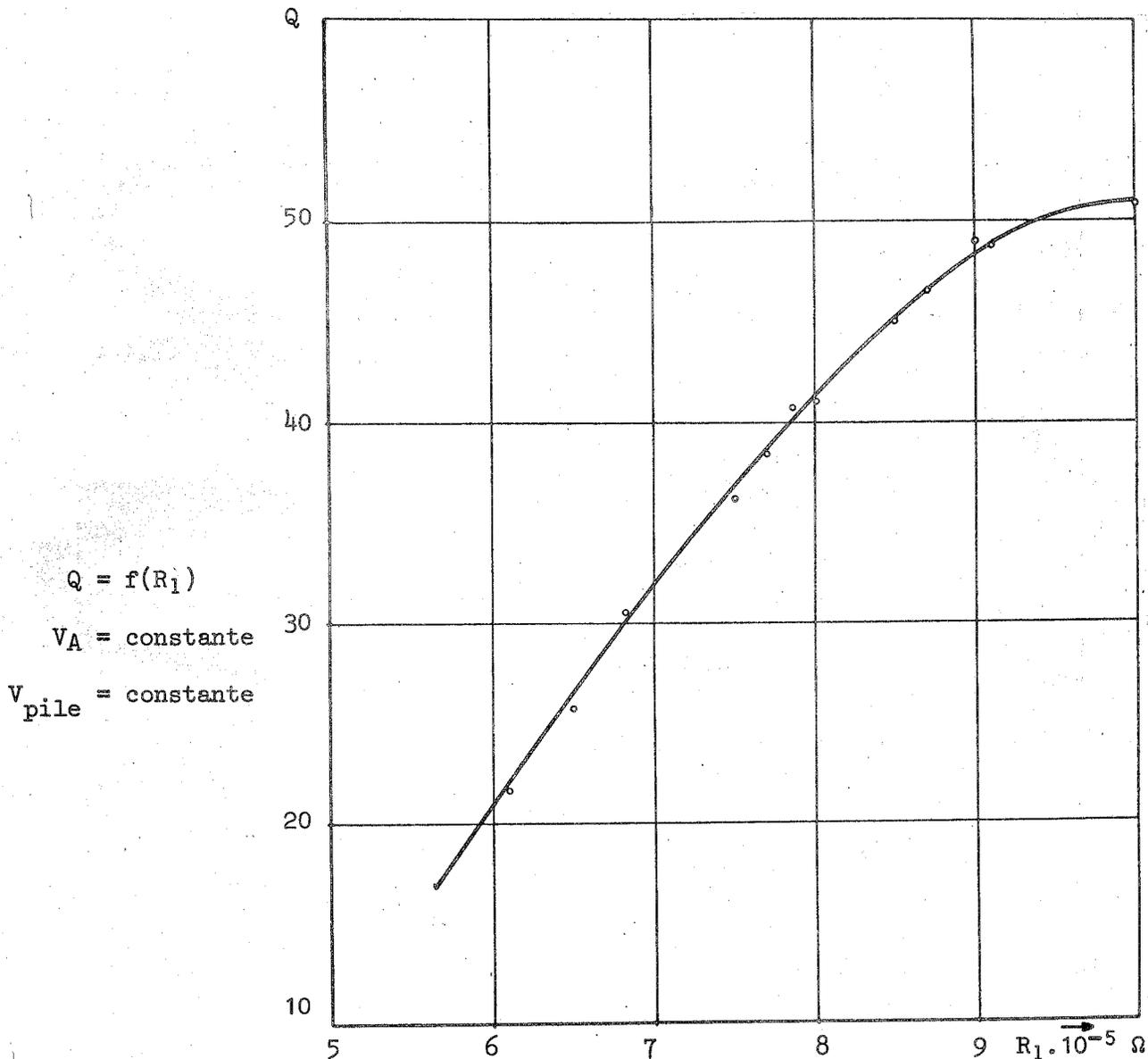


Cet étalonnage peut être fait avec une précision de 1 à 2 %. La courbe d'étalonnage pour notre dispositif est représentée figure 2.37 (page 77). Elle donne le  $Q$  en fonction de la valeur de  $R_1$  (entre grille et cathode de la triode).

**FIGURE 2.35** - Schéma de la partie à fréquence intermédiaire du montage pour la mesure de Q d'une cavité



**FIGURE 2.37** - Courbe d'étalonnage du circuit de comparaison



La figure 2.38 (page 78) montre la réalisation du montage pour la mesure de Q de la cavité. On aperçoit la partie hyperfréquence à droite sur la table séparée. A côté est installé l'appareillage à fréquence intermédiaire et les alimentations. A gauche, se groupe l'unité d'étalonnage du circuit de comparaison.

La partie hyperfréquence, combinée avec le montage pour la mesure de la largeur de raie d'un échantillon gyromagnétique, est décrite plus en détail dans le chapitre 4. Deux photos (figures 2.42 et 2.43) montrent sa réalisation.

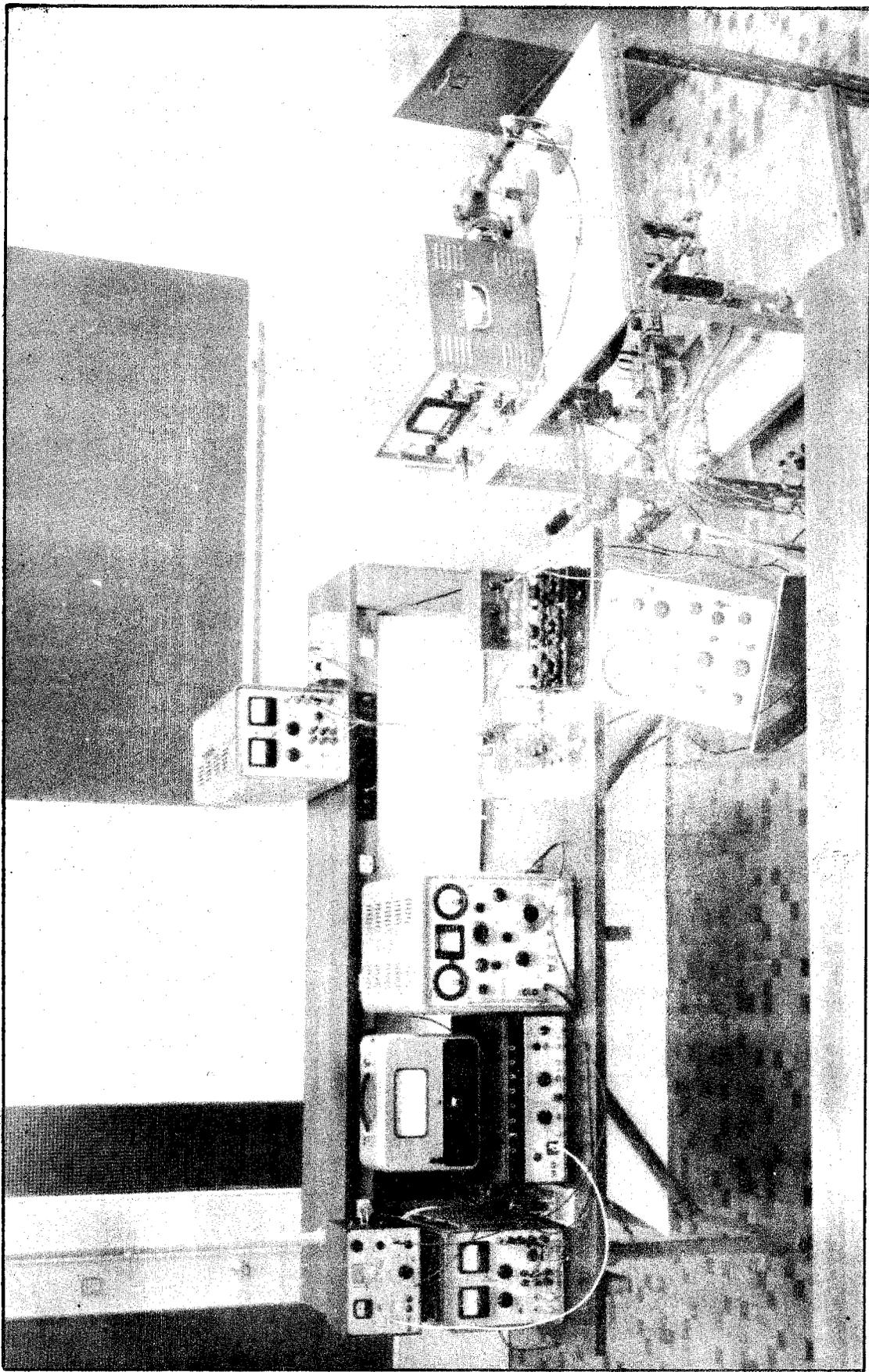


FIGURE 2.38 - Réalisation du montage pour la mesure de  $Q$  d'une cavité.  
A gauche : unité d'étalonnage du circuit de comparaison. A droite : montage principal.

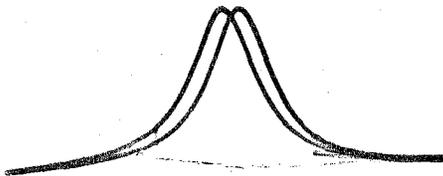
### 3.3 - MESURE DE Q ET PRECISION

Nous mesurons le facteur de surtension de la cavité en superposant sur l'oscilloscope les deux signaux sortant des canaux I et II. Puisque nous avons étalonné le circuit de comparaison et connaissons le rapport des fréquences  $f_c/f_{res}$ , nous obtenons le Q en charge de la cavité à l'aide de l'expression (2.16). Le facteur de surtension propre de la cavité est le double de la valeur obtenue ainsi.

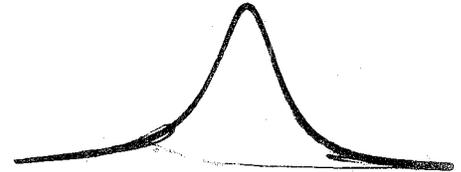
Sur la figure 2.39, nous montrons les deux signaux de sortie I et II. Ils sont parfaitement identiques après le réglage du circuit de comparaison et des atténuateurs dans la partie hyperfréquence.

FIGURE 2.39 - Signaux de sortie des deux canaux I et II après le réglage du circuit de comparaison

a) légèrement décalés  
(désaccord de l'oscillateur local)



b) exactement superposés



Dans six mesures indépendantes, nous avons mesuré les valeurs suivantes pour le facteur de surtension de la cavité :

N° de mesure	1	2	3	4	5	6
$Q_0$	25 320	25 500	25 450	25 200	25 200	25 300

Valeur moyenne :  $Q_0 = 25\ 340$

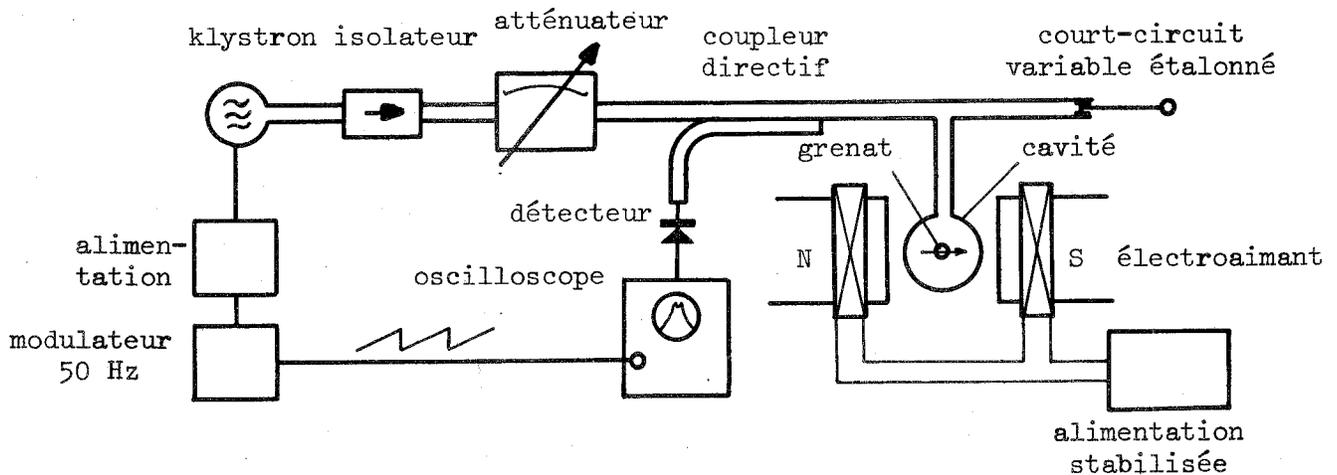
Toutes les valeurs de  $Q_0$  mesurées sont dans une plage de  $\pm 0,6\%$  autour de la valeur moyenne.

Compte tenu de la précision d'étalonnage de 1 à 2 %, nous trouvons une précision totale de  $\pm 2\%$  à  $\pm 3\%$  correspondant à l'estimation de LE CAINE (31).

4 - DISPOSITIF POUR LA MESURE DE LA LARGEUR DE RAIE  
D'UN ECHANTILLON GYROMAGNETIQUE

Ayant déterminé les dimensions et les caractéristiques des éléments dans les chapitres précédents, nous pouvons envisager leur assemblage dans le montage principal qui est représenté figure 2.40.

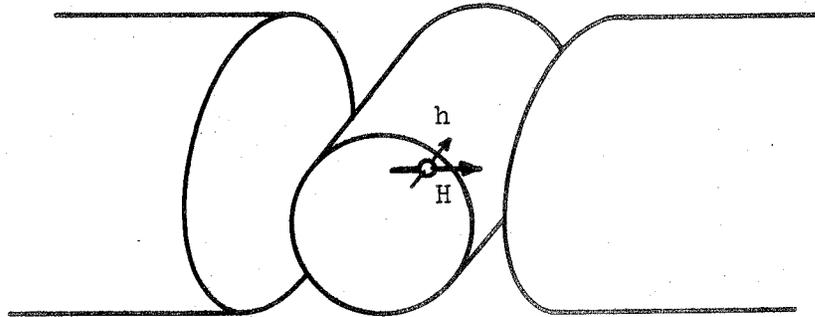
FIGURE 2.40 - Montage pour la mesure de la largeur de raie d'un échantillon gyromagnétique



Le klystron, modulé en fréquence par une dent de scie synchronisée sur le secteur, fournit la puissance hyperfréquence qui passe d'abord dans un isolateur et un atténuateur. Le coupleur directif qui sert à séparer l'onde réfléchie de l'onde incidente, est suivi par la cavité de mesure dont le couplage variable au guide fait l'objet du chapitre 2 de la seconde partie.

La cavité contenant l'échantillon se trouve entre les pôles d'un électroaimant dont le champ est dirigé perpendiculairement à l'axe de la cavité, par conséquent perpendiculairement au champ hyperfréquence excitant l'échantillon (voir la figure ci-dessous).

FIGURE 2.41 - Cavité et échantillon dans l'entrefer de l'électroaimant

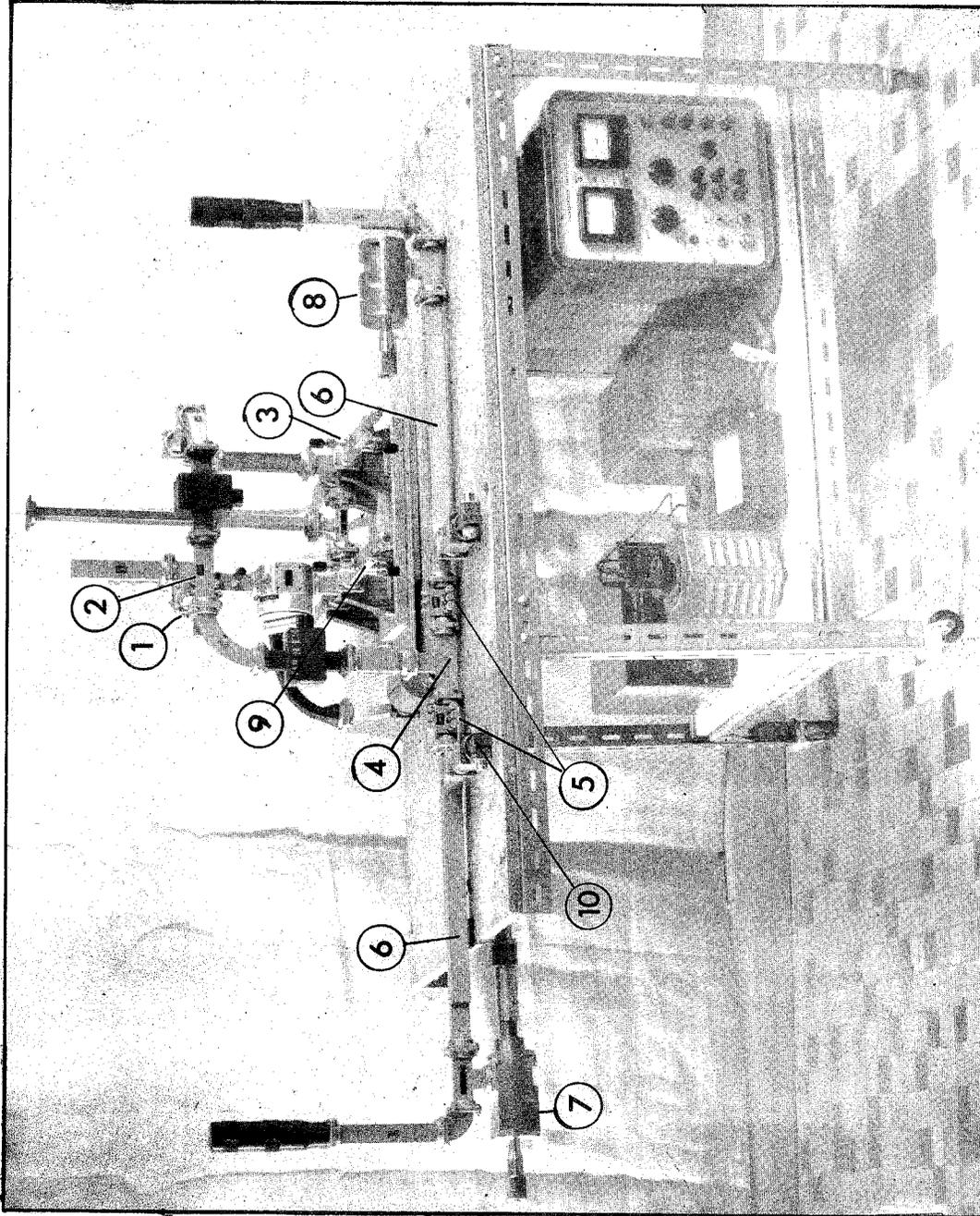


A cause des faibles largeurs de raie à mesurer, le courant dans l'électroaimant est stabilisé car la moindre variation du champ désaccorde l'échantillon qui, pendant la mesure, doit résonner exactement sur la même fréquence que la cavité.

L'oscilloscope montre, par suite de la caractéristique quadratique du détecteur, directement la puissance réfléchiée par l'ensemble en fonction de la fréquence, c'est-à-dire le carré du module du coefficient de réflexion lorsque l'onde incidente possède une amplitude indépendante de la fréquence.

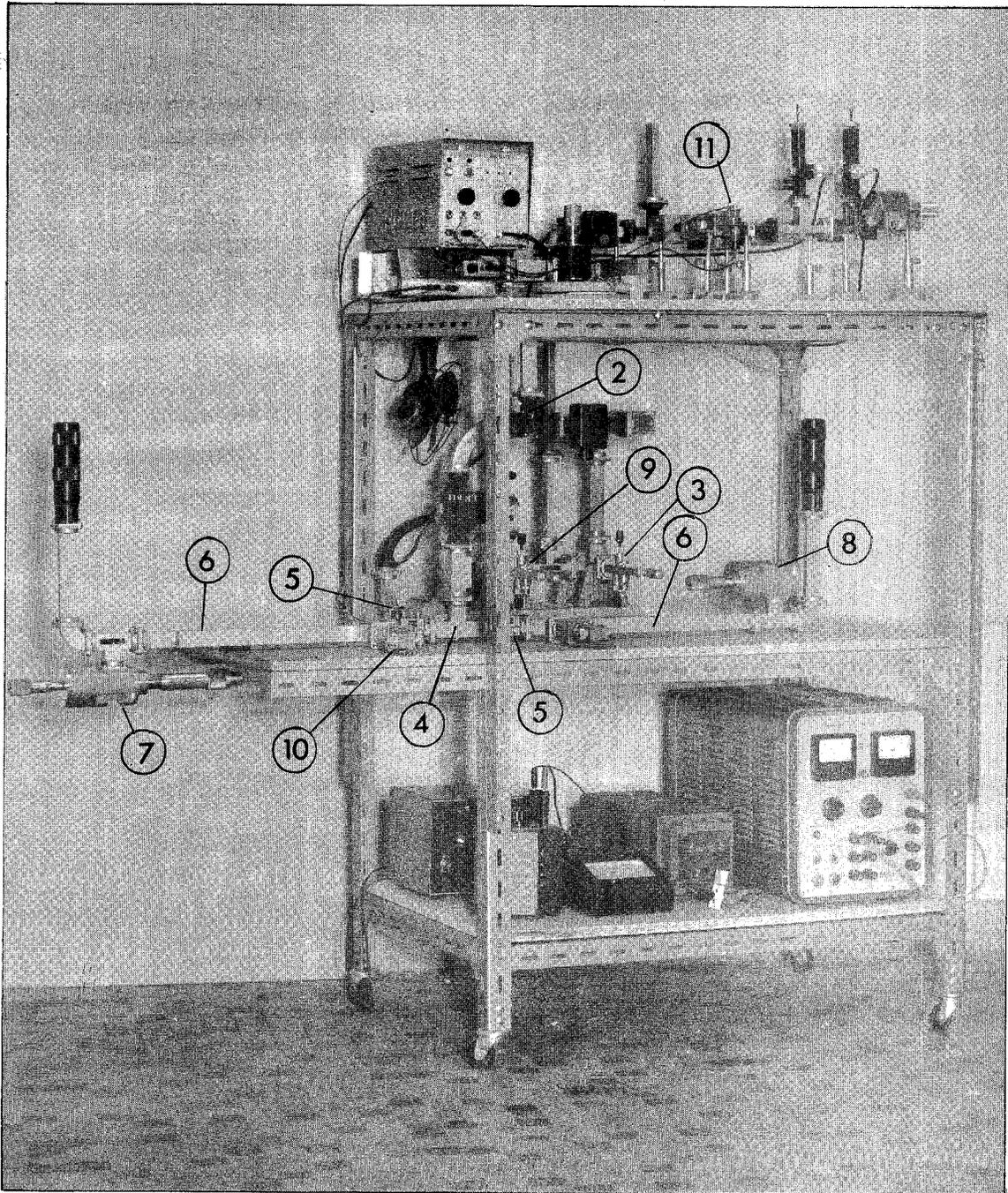
Sur les deux photos, figures 2.42 (page 82) et 2.43 (page 83), on voit la réalisation du dispositif global, comprenant la partie hyperfréquence du Q-mètre, car nous avons combiné les deux montages parce qu'ils fonctionnent de la même façon.

La puissance du générateur de signal ① se partage dans un té magique ②. Une partie excite le mélangeur II ③, l'autre passe dans le bras 1 d'un deuxième té ④, qui, pour la mesure de la surtension de la cavité, joue le rôle du transformateur de caractéristique réflexion-transmission. Les bras latéraux 2 et 3 de ce té se prolongent symétriquement par des adaptateurs à vis ⑤ et deux coupleurs directs 10 dB ⑥ qui, sur nos photos, sont terminés chacun par une cavité.



**FIGURE 2.42** - Partie hyperfréquence du montage destiné à la mesure de faibles largeurs de raie d'échantillons gyromagnétiques et du facteur de surtension de cavités

FIGURE 2.43 - Partie hyperfréquence du montage destiné à la mesure de faibles largeurs de raie, d'échantillons gyromagnétiques et du facteur de surtension.  
Sur l'étage supérieur, l'oscillateur local et son asservissement en fréquence.



Le résonateur (7) est la cavité de mesure qui contient l'échantillon. La cavité (8), ne servant pas aux expériences décrites dans ce travail, est remplacée :

- . par un court-circuit pendant la mesure de la surtension de la cavité,
- . par une charge adaptée pendant la mesure de la largeur de raie de l'échantillon gyromagnétique.

Dans le premier cas, le signal de transmission sortant du bras 4 du té (4) est introduit dans le mélangeur I (9). L'oscillateur local (11) avec sa stabilisation, dont nous connaissons déjà le montage (figure 2.31, page 72), se trouve à l'étage supérieur.

Pendant la mesure de la largeur de raie, seul le bras avec la cavité (7) est utilisé. La puissance réfléchie excite le cristal (10). On peut également recueillir le signal du mélangeur I (9), lorsque le bras opposé est terminé par une charge adaptée.

La cavité de mesure est montée telle qu'elle rentre exactement dans l'entrefer d'un électroaimant VARIAN qui était à notre disposition.

## 5 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

---

### 5.1 - MODE OPERATOIRE

Avant d'appliquer le champ magnétique, l'échantillon n'a pratiquement aucune influence sur le comportement de la cavité. La courbe détectée par le cristal (10) est la caractéristique de la cavité vide.

Avec l'application du champ de résonance, elle change complètement d'aspect. Le mode unique de la cavité se partage en deux modes qui sont symétriquement décalés par rapport à la fréquence de résonance à vide (voir les figures 2.44, page 86). Si l'on fait varier le couplage de la cavité au guide, les deux pics atteignent le niveau nul, comme nous l'avons vu dans la première partie de ce travail. Nous répétons que, pour ce couplage  $\beta$  particulier, le point double de la caractéristique de l'impédance coïncide avec le centre de l'abaque de SMITH, d'où un coefficient de réflexion nul pour deux fréquences symétriques par rapport à la fréquence de résonance de la cavité  $f_c$ .

Si l'on fait varier ensuite le couplage cavité-grenat en agissant sur la vis micrométrique qui permet de déplacer l'échantillon sur l'axe, les deux pics se déplacent également. Autrement dit, les deux nouvelles fréquences de résonance de la cavité s'écartent de la fréquence moyenne d'autant plus que le couplage entre la cavité et l'échantillon augmente. Le coefficient de réflexion à ces fréquences ne dépend pas de ce couplage et il est toujours égal à zéro.

La série de photos de la figure 2.44 (page 86) montre la caractéristique décrite ci-dessus en fonction du couplage cavité-échantillon. Elle justifie entièrement notre partie théorique, dans laquelle nous avons montré l'équivalence entre la cavité chargée d'un échantillon gyromagnétique et deux circuits oscillants couplés. Les photos montrent que les deux résonateurs se comportent exactement comme nous l'avons prédit à l'aide de l'abaque de SMITH.

Figure 2.44.a - Caractéristique de la cavité vide  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = 0$  ; 1 carreau  $\cong$  2 MHz

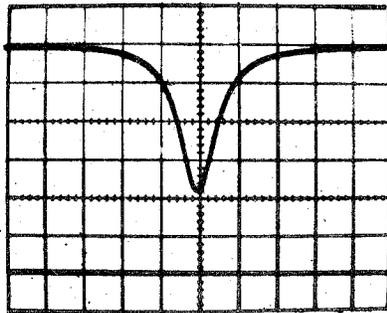


Figure 2.44.b - Couplage critique de l'échantillon à la cavité  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = Q_0/Q_g = 2,26$  ;  
 $\eta = 1,45 \cdot 10^{-7}$

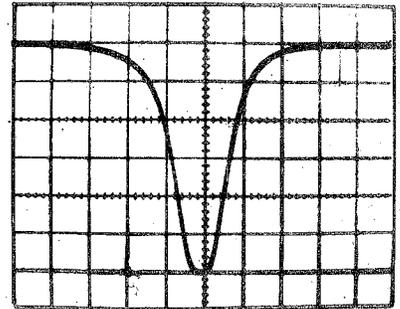


Figure 2.44.c - Couplage surcritique de l'échantillon à la cavité  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = 16,25$  ;  
 $\eta = 1,04 \cdot 10^{-6}$

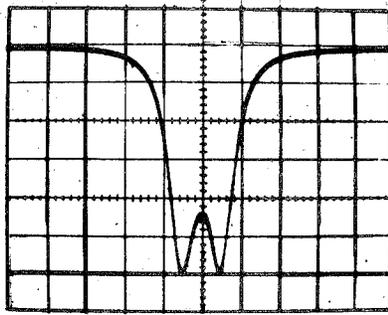


Figure 2.44.d - Couplage surcritique de l'échantillon à la cavité  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = 58,3$  ;  
 $\eta = 3,74 \cdot 10^{-6}$

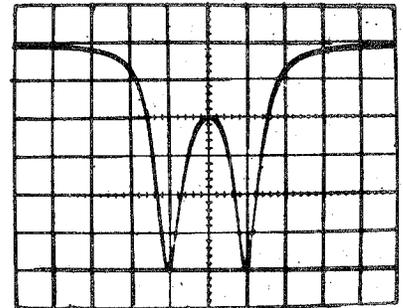


Figure 2.44.e - Couplage surcritique de l'échantillon à la cavité  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = 226$  ;  
 $\eta = 1,45 \cdot 10^{-5}$

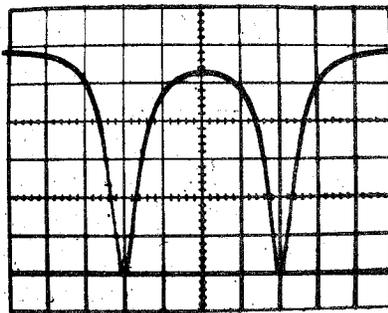
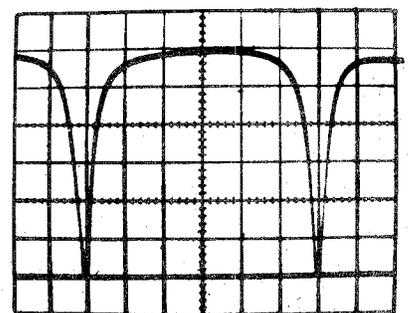


Figure 2.44.f - Couplage surcritique de l'échantillon à la cavité  
 $\beta = 3,26$  ;  $\kappa = 3160$  ;  $\eta = 2 \cdot 10^{-4}$   
 1 carreau  $\cong$  5 MHz



FIGURES 2.44

Cela nous conduit à la conclusion que l'application de la théorie des perturbations est justifiée. Particulièrement le fait que, même pour un couplage cavité-grenat relativement fort ( $\kappa = 3160$  sur la photo 2.44.f), le coefficient de réflexion aux deux pics reste inchangé et nul, ce qui met en évidence la validité de notre méthode de mesure.

Néanmoins, nous mesurons la valeur de  $\beta$  à un couplage aussi faible que possible, comme par exemple sur la photo 2.44.c où l'écart entre les pics est de 2 MHz seulement. La position du court-circuit faisant varier le couplage  $\beta$ , se détermine avec précision en cherchant le minimum des deux pics. Nous utilisons l'entrée "continu" de l'oscilloscope, ce qui permet d'agrandir la partie intéressante des courbes en affichant seulement les sommets.

Nous avons remarqué, dans le chapitre 2 de la deuxième partie, qu'une variation de  $\beta$  provoque simultanément un désaccord de la cavité. Cela rend la courbe de réponse asymétrique, car l'échantillon et la cavité ne résonnent plus sur la même fréquence. Il faut alors, si l'on déplace le court-circuit, agir simultanément sur le champ magnétique afin de rattraper le désaccord des résonateurs, jusqu'à ce que la courbe soit de nouveau symétrique. Enfin, nous avons vérifié que le mode magnétostatique (4,3,0) n'affectait pas la précession uniforme en plaçant l'échantillon dans le noeud du champ magnétique au milieu de la cavité. A cet endroit, la nonuniformité du champ est maximale et, par conséquent, l'excitation du mode parasite le plus favorisé. Puisqu'à cet endroit le grenat ne provoquait aucune perturbation mesurable de la cavité, nous sommes sûrs que, dans toute autre position sur l'axe, l'influence du mode (4,3,0) est parfaitement négligeable.

## 5.2 - QUELQUES RESULTATS DE MESURE

Afin de montrer un des exemples précis de la sensibilité de notre méthode, nous rendons compte ici des résultats obtenus avec deux échantillons spécialement choisis pour leur qualité.

### 5.2.1 - Premier échantillon

L'échantillon dont nous nous sommes servi pour obtenir les courbes des photos 2.44 était une sphère de grenat fer-yttrium de 1,1 millimètre de diamètre, polie avec des pâtes diamantées de grain de grosseur décroissante jusqu'au quart de micron (voir (35)). Sa largeur de raie, mesurée suivant une méthode d'extrapolation dans le guide, nous était donnée comme "inférieure à 0,3 Oe". Les deux pics de résonance atteignaient le niveau minimal pour  $\beta = 3,26$  suivant la formule 1.58. Ceci nous donne le rapport entre les facteurs de surtension des deux résonateurs :  $Q_0/Q_g = \beta - 1 = 2,26$ .

Nous avons mesuré le facteur de surtension propre de la cavité (voir page 79) :  $Q_0 = 25\ 340$ .

Ainsi, nous obtenons pour le facteur de surtension associé au grenat :  
 $Q_g = 25\ 340/2,26 = 11\ 200$ . Ceci correspond à une largeur de raie de :

$$\Delta H = 0,28\ \text{Oe pour } H_R = 3\ 240\ \text{Oe}$$

soit :

$$\Delta f = 0,80\ \text{MHz pour } f_c = 9,05\ \text{GHz.}$$

La valeur de  $\beta$  était toujours bien reproductible avec une exactitude de  $\pm 1\%$ .

### 5.2.2 - Deuxième échantillon

Nous disposons également d'un grenat de fer-yttrium fabriqué au C.E.N.G. dont nous avons mesuré la largeur de raie comme :

$$\Delta H = 0,26\ \text{Oe pour } H_R = 3\ 240\ \text{Oe}$$

soit :

$$\Delta f = 0,73\ \text{MHz pour } f_c = 9,05\ \text{GHz.}$$

### 5.3 - PRECISION OBTENUE

Nous voulons déterminer la précision globale de la mesure de la largeur de raie. D'abord, la mesure du facteur de surtension de la cavité était exécutée avec une précision de 2 à 3 %.

L'étalonnage du court-circuit en  $\beta$  revient à la mesure d'un T.O.S. avec une ligne de précision. En prenant des précautions, on arrive à une précision de 2 % pour un T.O.S. de 3 à 6. On voit d'ailleurs que, sur la figure 2.44 représentant la courbe d'étalonnage, les valeurs, bien que mesurées suivant deux méthodes différentes, sont toutes dans une plage de  $\pm 1\%$  autour de la valeur moyenne tracée. Ce bon accord justifie notre estimation de 2 % d'erreur de l'étalonnage en  $\beta$ , si l'on rend compte des erreurs systématiques.

Nous avons vu (page 45) qu'en raison de la fonction 1.58 l'erreur que nous commettons en déterminant  $Q_o/Q_g$  est :

$$\frac{1 + (Q_o/Q_g)}{Q_o/Q_g} \text{ fois plus}$$

grande que l'erreur sur  $\beta$ . En admettant une précision totale de 3 % sur la mesure du couplage particulier  $\beta$  (à condition que les pics soient à leur minimum et le court-circuit réglé sur la bonne position à 1 % près), cela nous permet de déterminer le rapport  $Q_o/Q_g$  :

pour $\beta = 2$ à 6	% près,
pour $\beta = 3$ à 4,5	% près,
pour $\beta = 4$ à 4	% près.

Enfin, la largeur de raie de l'échantillon étant déterminée par deux mesures indépendantes, l'erreur globale maximale est la somme des erreurs des deux mesures dans le cas le plus défavorable. Elle dépend de la largeur de raie à mesurer et nous pouvons donner la table suivante :

Largeur de raie à mesurer	Erreur totale maximale
$\Delta H = 0,1 \text{ Oe}$	9 - 11 %
$\Delta H = 0,2 \text{ Oe}$	7 - 8 %
$\Delta H = 0,3 \text{ Oe}$	6 - 7 %
$\Delta H = 0,4 \text{ Oe}$	6 - 7 %

## 6 - CONCLUSION

---

Dans ce travail, nous avons développé et réalisé une méthode de mesure de faibles largeurs de raie d'un échantillon gyromagnétique.

En partant de l'équation du mouvement de l'aimantation, nous avons calculé, dans la première partie, de nouvelles expressions pour les éléments du tenseur de susceptibilité en termes d'un circuit résonnant parallèle. Le théorème des perturbations nous a permis d'exprimer l'impédance d'une cavité contenant un échantillon gyromagnétique comme l'impédance de deux circuits oscillants couplés. Par cette opération, nous avons transformé le problème de mesure de la largeur de raie en la mesure du facteur de surtension d'un circuit résonnant, ce qui relève davantage des techniques de la radioélectricité et de l'électronique.

Ensuite, nous avons étudié l'impédance de l'ensemble cavité-échantillon dans le plan de GAUSS et sur l'abaque de SMITH dans deux cas particuliers. Nous pensons que les nouvelles expressions pour les éléments du tenseur de susceptibilité ainsi que leur représentation sur des abaques facilitent beaucoup les calculs sur les systèmes comprenant des matériaux gyromagnétiques dans des circuits hyperfréquence. On rencontre ces systèmes soit dans la spectrométrie hertzienne, soit dans les applications des matériaux gyromagnétiques à la technique des micro-ondes.

Deux formules pour la détermination du facteur de surtension de l'échantillon à partir de deux autres grandeurs directement mesurables sont le résultat de notre étude.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté la réalisation de la méthode de mesure dynamique en fréquence pour un champ magnétique constant à une valeur telle que l'échantillon résonne sur la même fréquence de la cavité. Ceci constitue l'une des deux possibilités décrites dans la première partie. En mesurant le coefficient de surtension propre de la cavité et son couplage au guide dans le cas où l'ensemble cavité-échantillon absorbe toute la puissance incidente, nous sommes capables de déterminer la surtension propre de l'échantillon. Ainsi, nous avons présenté un système de couplage variable de la cavité au guide, permettant en même temps de mesurer cette valeur. Puis, nous avons mis au point un montage pour la mesure du coefficient de surtension de la cavité.

Ce dernier dispositif, constituant également une méthode dynamique en fréquence, a pu être combiné avec le montage principal destiné à la mesure de la surtension de l'échantillon.

La cavité et les dispositifs annexes ont été conçus tels que des largeurs de raie entre 0,4 et 0,2 Oe soient mesurables.

Dans la partie expérimentale de ce travail, nous avons vérifié avant tout que l'ensemble cavité-échantillon - dans notre cas, un grenat de fer-yttrium - se comportait comme deux circuits oscillants couplés. Les résultats ont montré que, même pour un couplage relativement fort, c'est-à-dire un coefficient de couplage  $\kappa$  de l'ordre de 3 000, les grandeurs caractéristiques de l'ensemble sont pratiquement les mêmes que pour un très faible couplage des deux résonateurs.

Nous pouvons en conclure que les formules établies dans la première partie et fondées sur la théorie des perturbations, sont valables dans une très grande gamme de couplages ( $\kappa$  entre zéro et quelques centaines au moins, un  $\kappa$  de l'ordre de 20 étant largement suffisant pour une mesure précise de la largeur de raie à 6 - 8 % près). Nous avons donc amélioré les possibilités de mesure de largeurs de raie de la résonance gyromagnétique par rapport aux méthodes de mesure dans un guide.

Notons enfin que la partie hyperfréquence de notre montage peut servir à bien d'autres projets. Il suffit d'équilibrer la cavité de mesure par une cavité identique dans le bras opposé du té magique, comme le montrent les figures 2.42 et 2.43, pour obtenir :

- . un spectromètre classique à très faible bruit, parce que la modulation résiduelle du klystron est supprimée à l'aide de la deuxième cavité ;
- . un filtre différentiel passe-bande dont la caractéristique dépend du désaccord mutuel des deux cavités ;
- . un filtre passe-bande utilisant un échantillon gyromagnétique comme l'a décrit BOUTHINON (9).

Nous pensons donc que le travail présenté ici offre un intérêt tant dans le domaine de la mesure des faibles largeurs de raie que dans celui de la spectrométrie hertzienne de précision. Dans ce dernier domaine, notre étude constitue le début d'une recherche dans l'amélioration de la partie hyperfréquence des ponts de mesure utilisés.

°°



ANNEXE I - GRADUATION DES COURBES DANS LE PLAN  
COMPLEXE ET DANS L'ABAQUE DE SMITH

---

Une courbe dans un abaque que l'on veut exploiter quantitativement doit être graduée suivant un paramètre. Celui-ci peut se présenter en valeur absolue, si l'on étudie un cas bien particulier. Mais, habituellement, on utilise une graduation normalisée qui est plus généralement valable. Comme référence, on choisit des valeurs dans des conditions bien déterminées par exemple, dans notre cas, les valeurs à la résonance et à mi-hauteur de la courbe de puissance absorbée.

Regardons l'expression explicite de l'impédance d'un circuit résonnant série :

$$(A.1.1) \quad z = 1 + j \frac{f_{res}}{\Delta f} \left( \frac{f}{f_{res}} - \frac{f_{res}}{f} \right)$$

$f_{res}$  et  $\Delta f$ , sont des constantes ;  $z$  dépend alors de  $f$  seulement. On peut graduer la courbe correspondante en valeurs absolues de  $f$ , mais, dans ce cas, elle n'est valable que pour une seule fréquence de résonance  $f_{res}$  et une seule largeur de raie  $\Delta f$ .

Une première normalisation consiste à poser :

$$(A.1.2) \quad \frac{f_{res}}{f} = Q \quad ; \quad \frac{f}{f_{res}} - \frac{f_{res}}{f} = \zeta$$

Ces expressions sont déjà plus générales, car la fréquence est rapportée à la fréquence de résonance en utilisant le désaccord relatif  $\zeta$ . Néanmoins, une courbe graduée en  $\zeta$  n'est représentative que pour tous les circuits série ayant la même surtension  $Q$ .

Par contre, en faisant une deuxième normalisation :

$$(A.1.3) \quad Q \cdot \zeta = \Omega$$

nous pouvons représenter tous les circuits série par une seule courbe et une seule graduation en  $\Omega$  qui est symétrique par rapport à la fréquence de résonance ( $\Omega = 0$ ). Pour les fréquences correspondant à la demi-puissance :  
 $\Omega = \pm 1$ .

La figure A.1.a permet la comparaison des trois graduations possibles dans le plan complexe normalisé. Sur la figure A.1.b, l'admittance  $1/|z|$  est tracée également en fonction de la fréquence  $f$ , de  $\zeta$  et de  $\Omega$ .

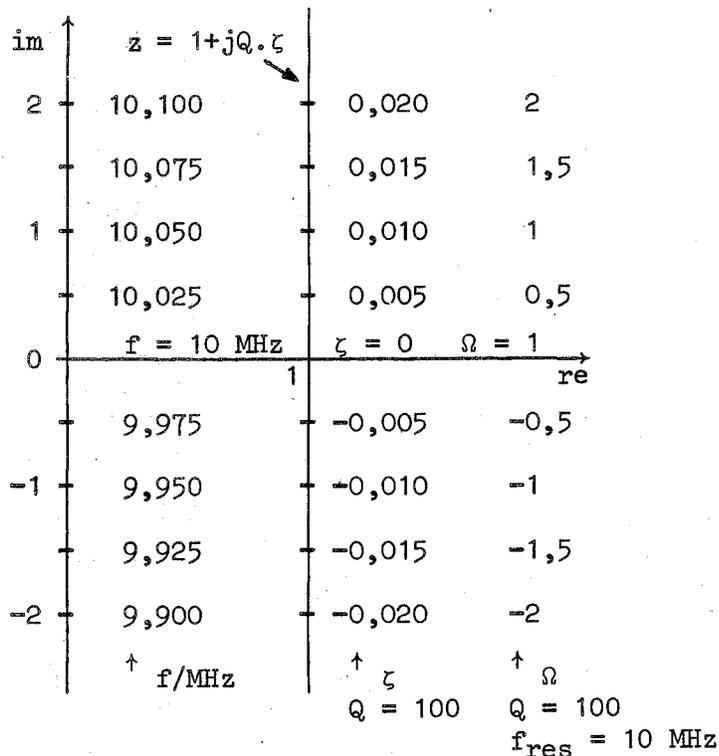


Figure A.1.a

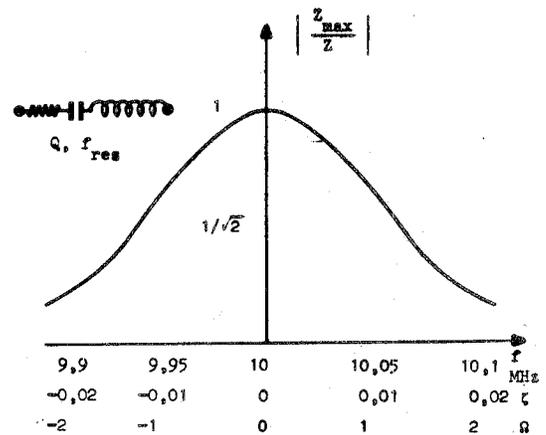


Figure A.1.b

**FIGURE A.1** - Comparaison des trois possibilités de graduation de l'abaque d'un circuit résonnant série

Les avantages de la fréquence  $\Omega$  sont évidents et nous allons l'utiliser pour la graduation de nos abaques.

#### A.I.1 - GRADUATION EN CHAMP MAGNETIQUE

Dans le chapitre 3.4.1, nous étudions l'expression (1.41) :  $z = 1 + \kappa \frac{1}{1 + jQ_g \zeta_g}$ . Ici,  $\zeta_g$  est le désaccord relatif magnétique, et nous avons défini :

$$\zeta_g = \frac{H_R}{H} - \frac{H}{H_R} \approx -2 \frac{dH}{H_R}$$

Par analogie, à la fréquence  $\Omega$ , nous pouvons définir un champ normalisé  $\Xi$  :

$$(A.1.4) \quad \Xi = -Q_g \zeta_g$$

Notre impédance devient alors :

(A.1.5)

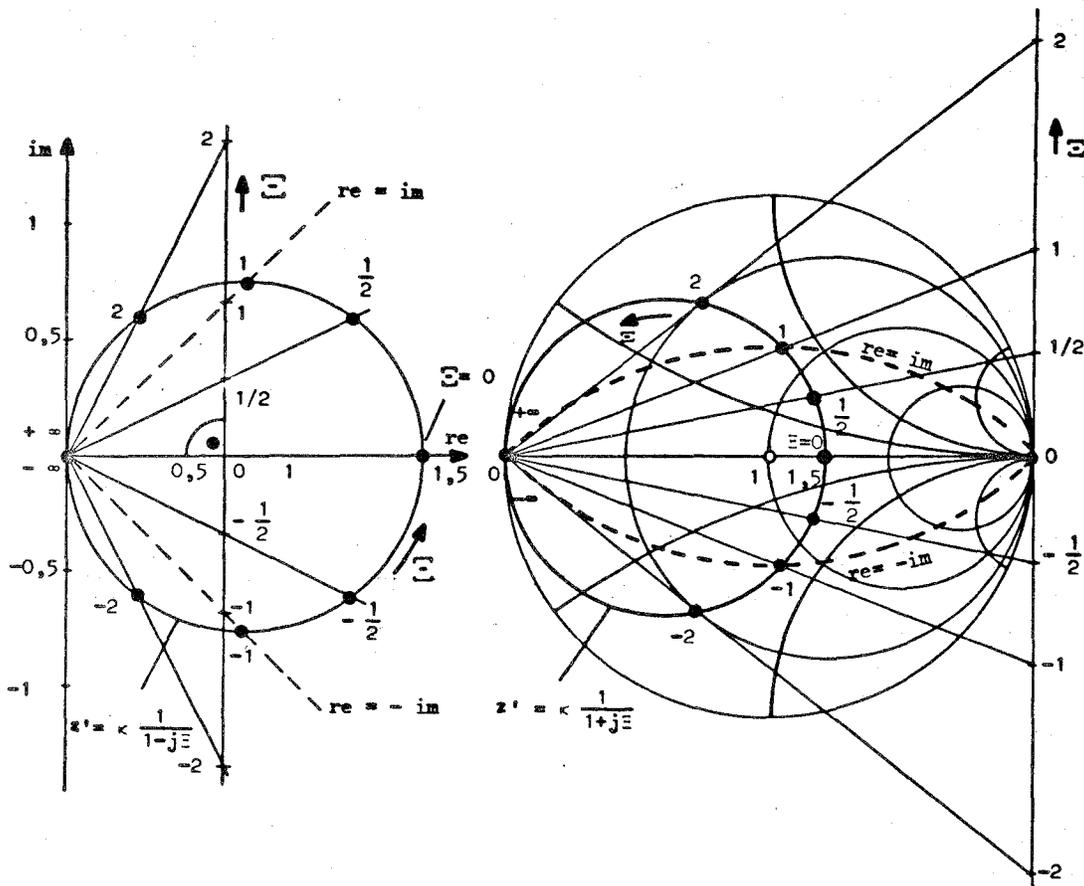
$$z = 1 + \kappa \frac{1}{1 - j\epsilon}$$

Nous construisons d'abord la courbe de  $z' = \kappa(1/(1-j\epsilon))$  simultanément dans le plan complexe et sur l'abaque de SMITH en choisissant arbitrairement  $\epsilon = 1,5$  (figures A.2.a et A.2.b). Le point  $\epsilon = 0$  représente la résonance et est défini par :  $\text{Im}(z') = 0$  (point d'intersection de la courbe avec l'axe réel).

FIGURE A.2

Figure A.2.a

Figure A.2.b



Les points  $\epsilon = \pm 1$  se situent à l'endroit où  $\text{Re}\{z'\} = \pm \text{Im}\{z'\}$ , c'est-à-dire à l'intersection de  $z'$  avec les courbes  $\text{re} = \text{im}$  et  $\text{re} = -\text{im}$  (en pointillés).

Pour les valeurs  $H = 0$  ( $\epsilon = -\infty$ ) et  $H = \infty$  ( $\epsilon = +\infty$ ), l'impédance devient nulle.

On peut montrer (voir p.e. (3) p. 410) que, sur les deux abaquages, la projection de la graduation des courbes sur une droite est une échelle linéaire, si le centre de projection est le point  $z'(\infty)$  et si la droite est parallèle à la tangente à la courbe  $z'$  au point  $z'(\infty)$ .

Ainsi, en projetant les points  $E = 0$  et  $E = \pm 1$  sur une telle droite, nous obtenons le pas de graduation de notre échelle linéaire, qui, de son côté, permet de déterminer chaque autre valeur du paramètre sur la courbe (voir les figures A.2.a et A.2.b, page 95).

La construction de la courbe  $z = 1 + z'$  ne présente plus de difficultés. Il suffit de transposer point par point, comme c'est fait sur la figure 1.9.

#### A.1.2 - GRADUATION EN FREQUENCE

La graduation en fréquence s'effectue essentiellement suivant le même schéma que celle en champ magnétique. Les impédances ont la forme :

$$z = \frac{1}{1 + j \Omega} \quad \text{ou} \quad z = 1 + j \Omega$$

forme "parallèle"

forme "série"

Dans le cas "série", le centre de projection dans l'abaque de SMITH est le point  $z = \infty$  (voir aussi (9), page 32).

° °

ANNEXE II - ANALYSE DU COMPORTEMENT DE DEUX  
CIRCUITS OSCILLANTS COUPLES

---

Nous voulons étudier l'impédance (1.50) :  $z = \frac{1}{\beta} (1+j\Omega_0) + \frac{\kappa}{\beta} \left( \frac{1}{1+j\Omega_g} \right)$   
 $\Omega_0 = Q_0 \zeta$  ;  $\Omega_g = Q_g \zeta$  ;  $\zeta = \frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega_c}{\omega}$  en fonction de la fréquence et des paramètres  $\beta$ ,  $\kappa$  et  $Q_g/Q_0$ .

La construction de la courbe de  $z$  dans le plan de GAUSS et sur l'abaque de SMITH ne présente pas de problèmes car elle est composée de deux expressions fondamentales. Dans les figures A.4, A.5 et A.6 (pages 98, 99 et 100), on aperçoit, à gauche, la construction dans le plan de GAUSS. La droite :  $(1/\beta)(1+j\Omega_0)$  et le cercle  $(\kappa/\beta)(1/(1+j\Omega_g))$  fournissent la fonction cherchée. Pour trouver les points correspondants sur les génératrices, nous les avons graduées toutes les deux en  $\Omega_0$  en appliquant la relation :

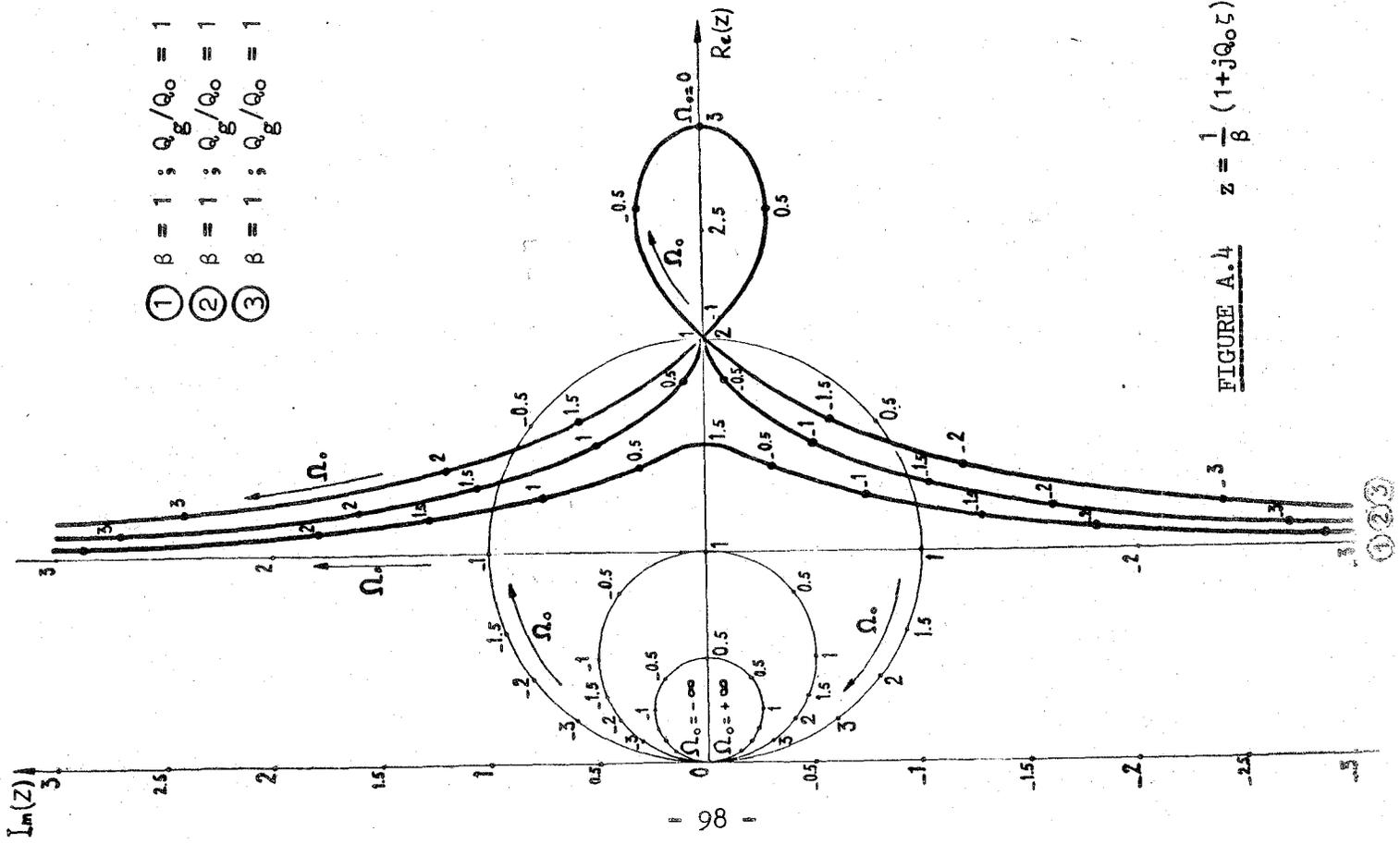
$$(A.2,1) \quad \Omega_g = \Omega_0 \cdot \frac{Q_g}{Q_0}$$

à la graduation du cercle.

L'opération se fait aussi bien sur l'abaque de SMITH, avec la seule différence que l'expression  $(1/\beta)(1+j\Omega_0)$  y est représentée maintenant par un cercle. Mais par commodité, nous avons simplement transposé les résultats du plan complexe dans l'abaque circulaire.

La figure A.4 met en évidence l'influence du coefficient  $\kappa$  ( $\beta$  et  $Q_g/Q_0$  étant égaux à l'unité). A trois différentes valeurs de  $\kappa$  correspondent trois cercles et trois types de fonctions :

- . dans le cas du souscouplage (fonction ①), la courbe de  $z$  est très simple et sans particularité.
- . la fonction ② possède un point de rebroussement sur l'axe réel, ce qui signifie que l'on atteint le couplage critique entre les deux résonateurs.
- . si l'on augmente toujours  $\kappa$ , les branches de la courbe se croisent et il apparaît une boucle caractéristique du surcouplage cavité-échantillon (fonction ③).



- ①  $\beta = 1 ; Q_g/Q_o = 1 ; \kappa = 1/2$
- ②  $\beta = 1 ; Q_g/Q_o = 1 ; \kappa = 1$
- ③  $\beta = 1 ; Q_g/Q_o = 1 ; \kappa = 2$

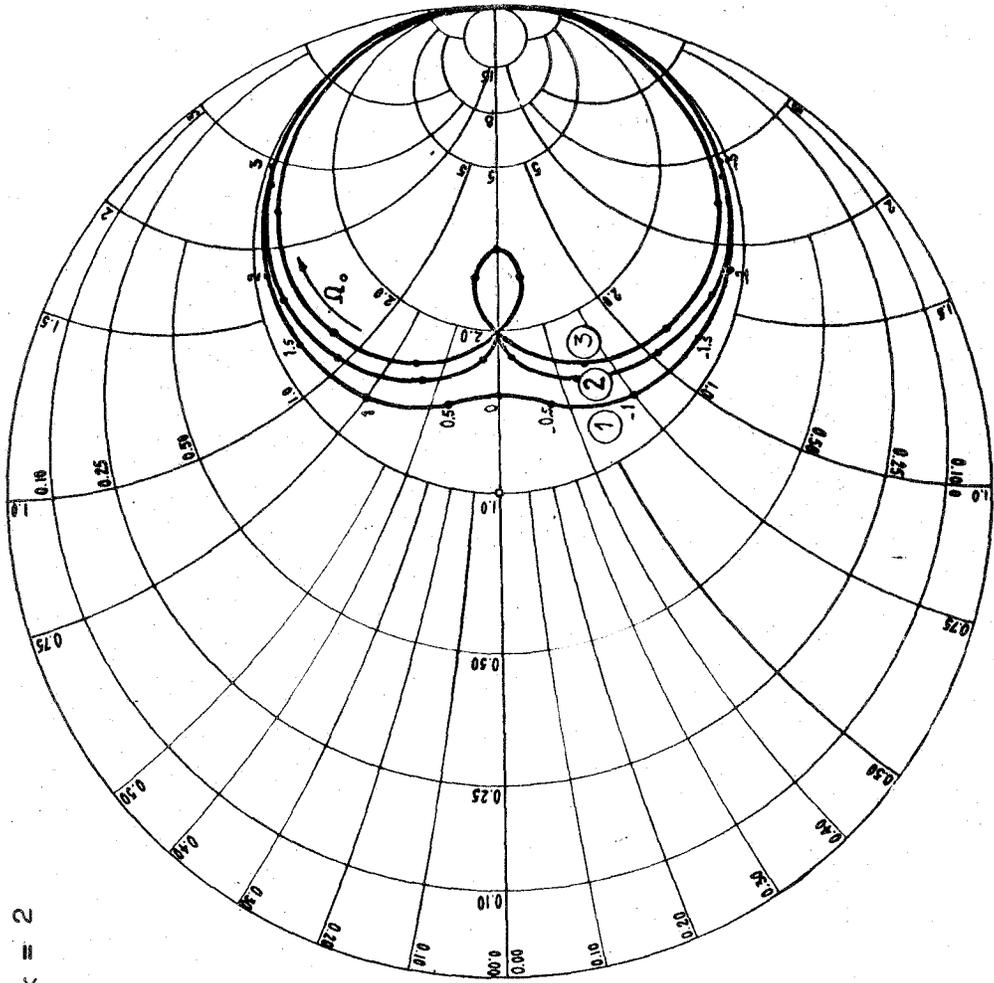
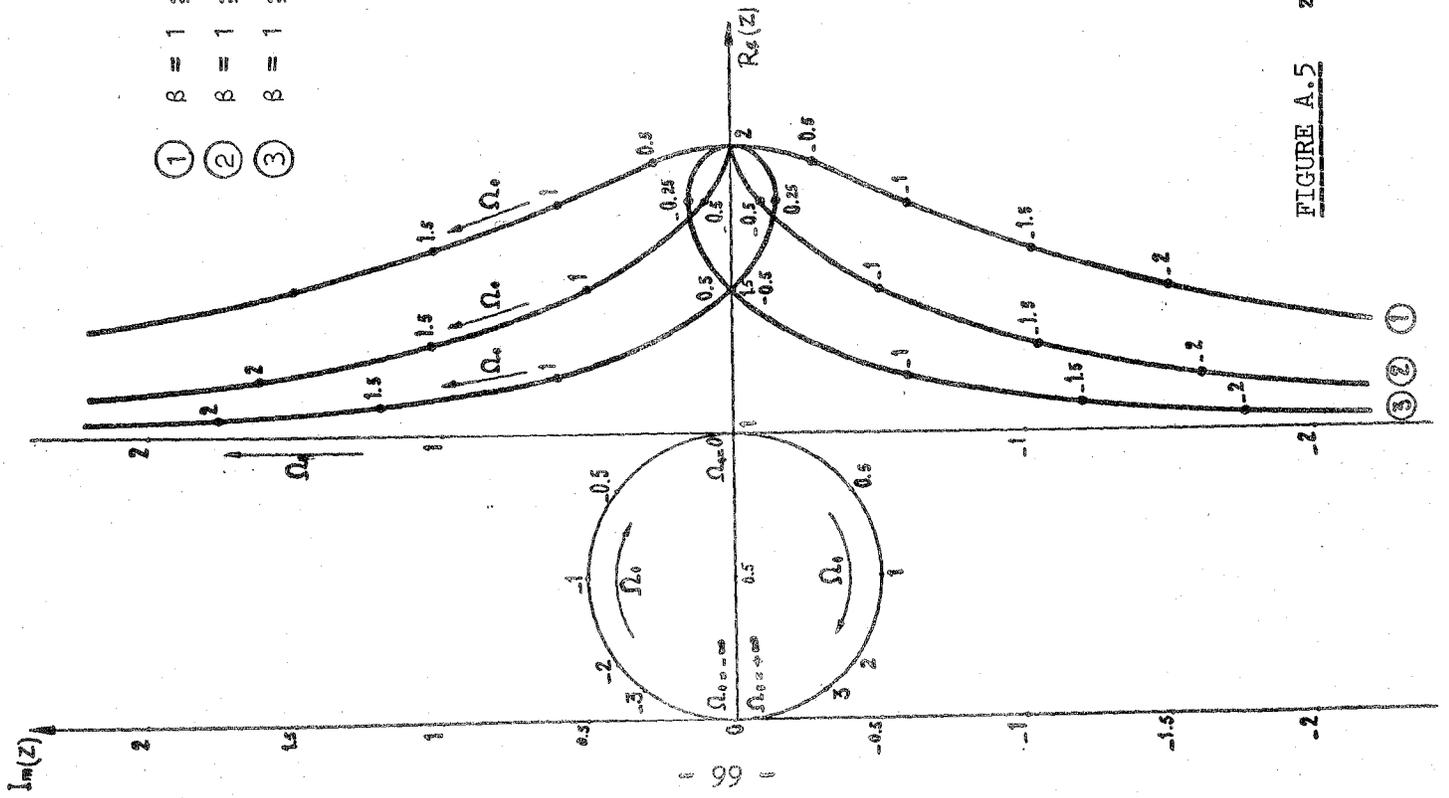


FIGURE A.4  $z = \frac{1}{\beta} (1 + jQ_o \zeta) + \frac{\kappa}{\beta} \frac{1}{1 + jQ_g \zeta} ; Q_o \zeta = \Omega_o ; Q_g \zeta = \Omega_g$



- ①  $\beta = 1 ; k = 1 ; Q_g/Q_0 = 1/2$
- ②  $\beta = 1 ; k = 1 ; Q_g/Q_0 = 1$
- ③  $\beta = 1 ; k = 1 ; Q_g/Q_0 = 2$

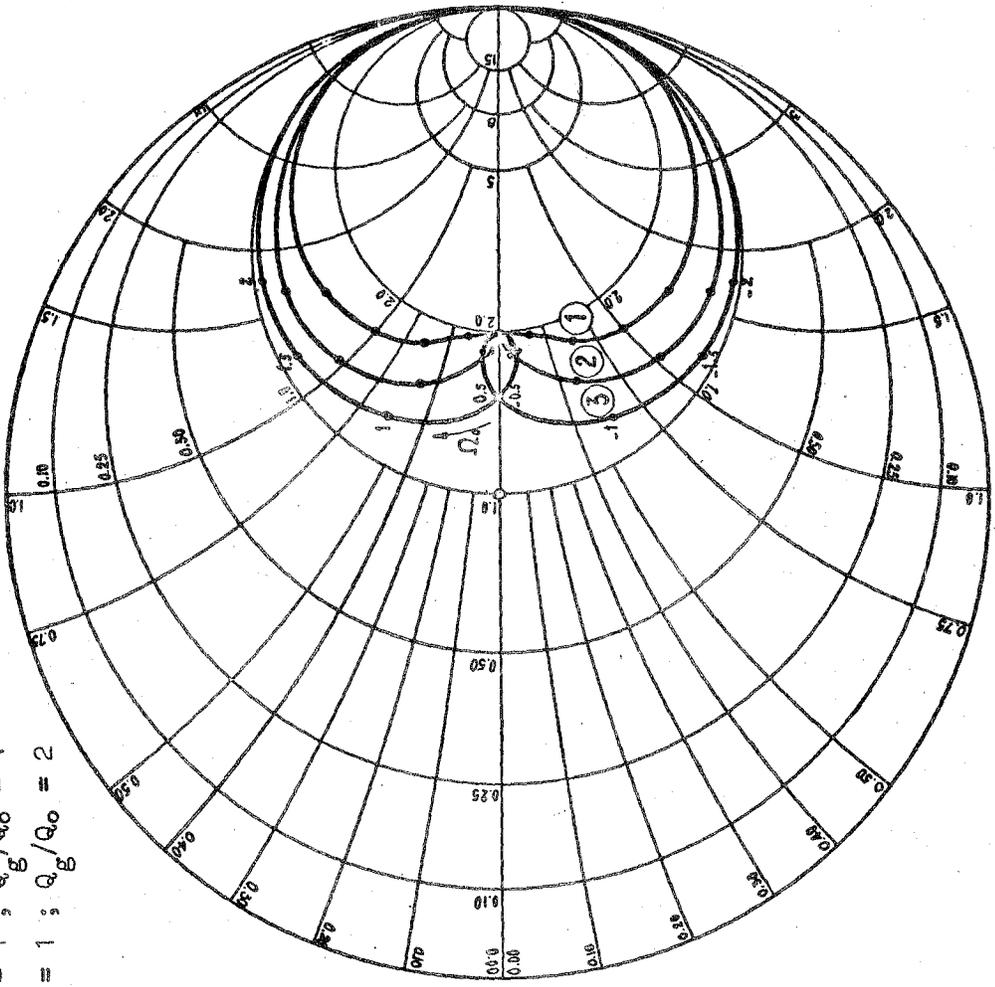
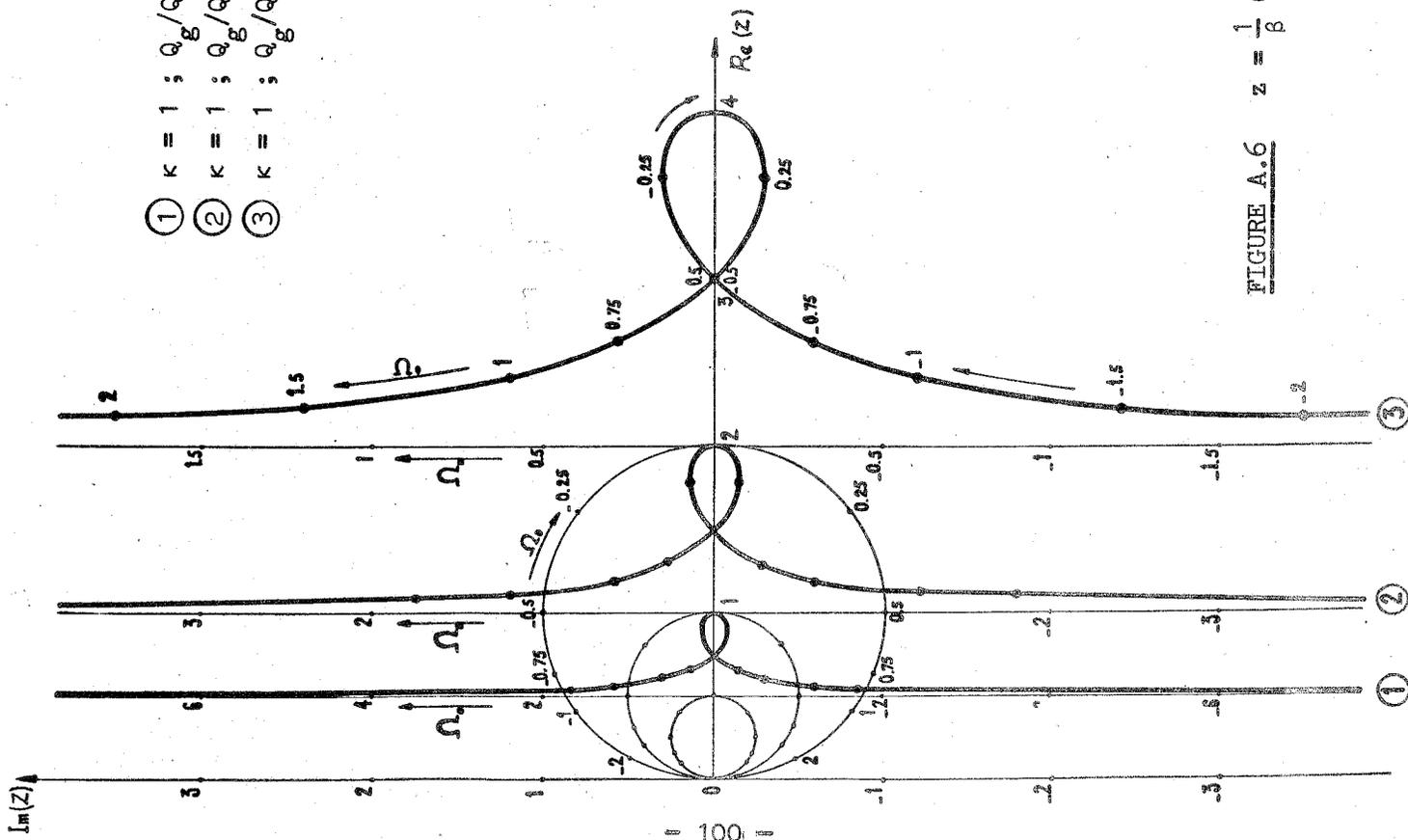


FIGURE A.5  $z = \frac{1}{\beta} (1 + jQ_0 z) + \frac{k}{\beta} \frac{1}{1 + jQ_g z} ; Q_0 z = \Omega_0 ; Q_g z = \Omega_g$



- ①  $\kappa = 1 ; Q_g/Q_o = 2 ; \beta = 2$
- ②  $\kappa = 1 ; Q_g/Q_o = 2 ; \beta = 1$
- ③  $\kappa = 1 ; Q_g/Q_o = 2 ; \beta = 1/2$

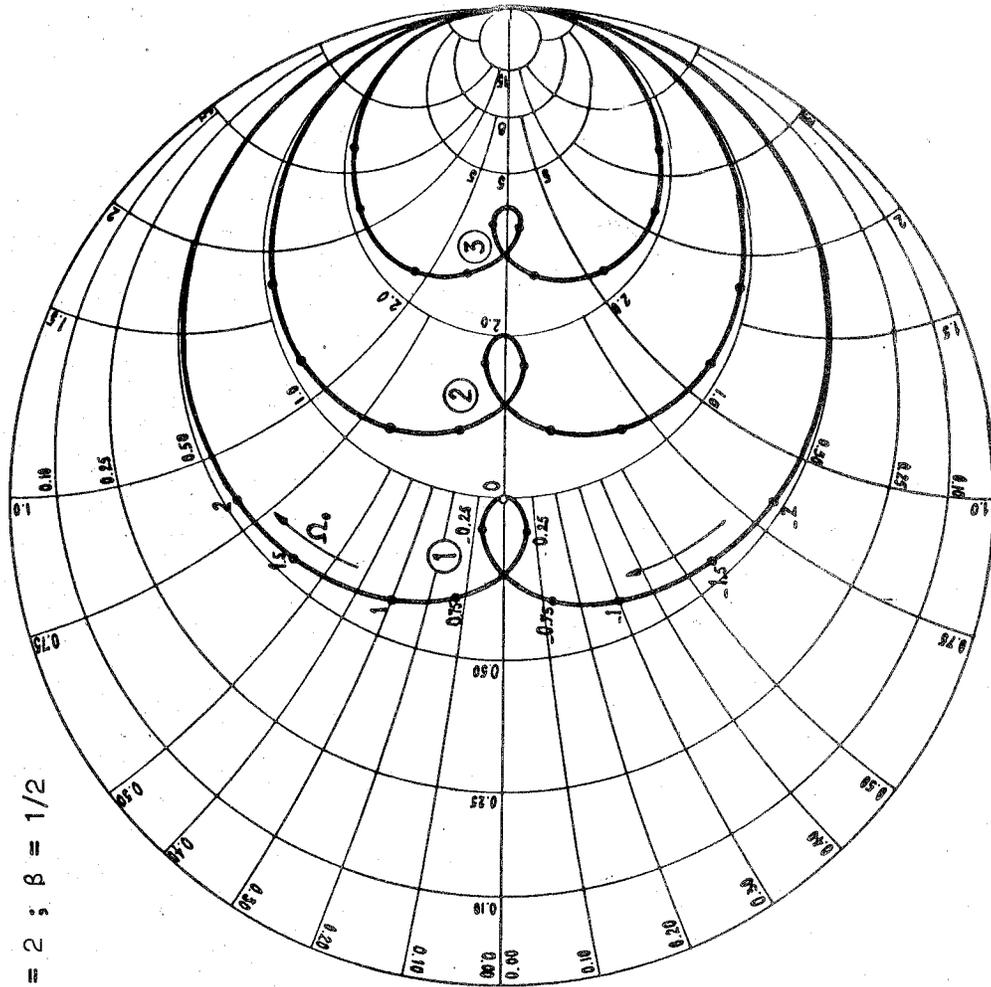


FIGURE A.6  $z = \frac{1}{\beta} (1 + jQ_o z) + \frac{\kappa}{\beta} \frac{1}{1 + jQ_g z} ; Q_o z = \Omega_o ; Q_g z = \Omega_g$

Le même effet se produit si l'on fait varier le rapport des surtensions  $Q_g/Q_o$ ,  $\beta$  et  $\kappa$  étant constants. Seulement, comme on le voit sur la figure A.5 (page 99), la position relative des courbes a changé. On obtient les trois fonctions en modifiant la graduation du cercle suivant le rapport  $Q_g/Q_o$ . Sur la figure A.5, elle est indiquée pour  $Q_g/Q_o = 1$ . En la multipliant par  $1/2$ , on trouve la graduation correspondant à la courbe (1) ; une multiplication par 2 mène à la courbe (3).

L'influence de  $\beta$  est montrée dans la figure A.6 (page 100). Lorsque les deux fonctions génératrices sont également multipliées par le même facteur, toutes les courbes sont homothétiques. Le point double de la boucle se déplace sur l'axe réel lorsque  $\beta$  varie, ce qui, pour nos études dans le chapitre 3.4.2 de la première partie, est de grande importance.

Le fait que la fonction forme une boucle ne dépend pas de  $\beta$ , mais de  $\kappa$  et  $Q_g/Q_o$ . Nous pouvons formuler le critère de son apparition en disant que la partie imaginaire de  $z$  peut prendre des valeurs négatives pour des  $\Omega_o$  et  $\Omega_g$  positifs, s'il y a une boucle. Alors :

$$\frac{1}{\beta} (\Omega_o - \kappa \frac{\Omega_g}{1 + \Omega_g^2}) < 0 \text{ pour des } \Omega \text{ positifs, d'où : } \Omega_o < \kappa \frac{\Omega_g}{1 + \Omega_g^2},$$

expression que nous transformons par inversion en :

$$\frac{1}{\Omega_o} > \frac{1}{\kappa \Omega_g} + \frac{\Omega_g}{\kappa}$$

Lorsque la boucle apparaît pour des faibles valeurs de  $\Omega_g$  et  $\Omega_o$ , il faut qu'au moins :

$$(A.2.2) \quad \frac{1}{\Omega_o} > \frac{1}{\kappa \Omega_g}$$

→

(A.2.3)

$$\kappa \frac{Q_g}{Q_o} > 1$$

ce qui est le critère cherché.

° °

ANNEXE III - CALCUL DE LA PUISSANCE MAXIMALE ABSORBÉE PAR L'ECHANTILLON

Dans le chapitre 1.1.3 de la deuxième partie, nous avons développé l'équation de la puissance absorbée par l'échantillon, normalisée sur la puissance de l'onde incidente (2.10) :

$$\frac{P_g}{P_{tot_{max}}} = 4 \kappa \left(1 + \frac{Q_o}{Q_g}\right) \frac{1 + \Omega_g^2}{\left[\left(2 + \frac{Q_o}{Q_g}\right)\left(1 + \Omega_g^2\right) + \kappa\right]^2 + \Omega_g^2 \left[\frac{Q_o}{Q_g}\left(1 + \Omega_g^2\right) - \kappa\right]^2}$$

Pour faciliter les calculs suivants, nous introduisons les abréviations :  $Q_o/Q_g = p$  ;  $1 + \Omega_g^2 = x$ .

Nous cherchons le maximum de  $P_g/P_{tot_{max}}$  :

$$\frac{d\left(\frac{P_g}{P_{tot_{max}}}\right)}{d\Omega} = \frac{d\left(\frac{P_g}{P_{tot_{max}}}\right)}{dx} \cdot \frac{dx}{d\Omega} = 0 . \text{ Cela mène à l'expression :}$$

$$(A.3.1) \quad x = \frac{p(\kappa - 2) - 2}{p^2}$$

et nous obtenons deux valeurs pour  $\Omega$  symétriques par rapport à la fréquence de résonance ( $\Omega = 0$ ) :

$$(A.3.2) \quad \Omega_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{p(\kappa-2)-2}{p^2} - 1} \quad \Omega_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\frac{Q_o}{Q_g}(\kappa-2)-2}{(Q_o/Q_g)^2} - 1}$$

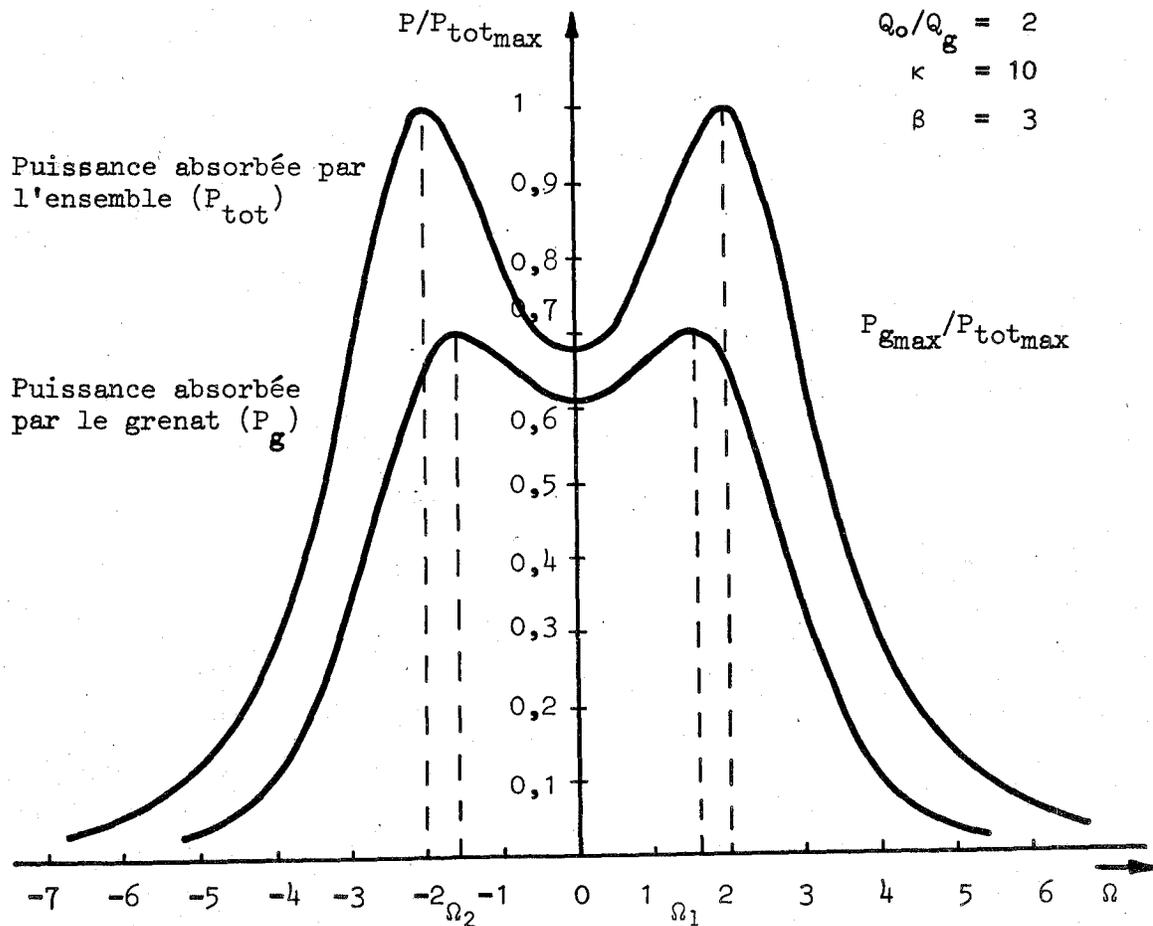
En introduisant ce résultat dans l'expression 2.10, nous obtenons la formule qui indique la valeur du maximum de  $P_g/P_{tot_{max}}$  en fonction de  $\kappa$  et  $Q_o/Q_g$  :

$$(A.3.3) \quad \frac{P_{g_{max}}}{P_{tot_{max}}} = \frac{\kappa \left(\frac{Q_o}{Q_g}\right)^2}{\left(\kappa \cdot \frac{Q_o}{Q_g} - 1\right)\left(1 + \frac{Q_o}{Q_g}\right)}$$

La figure ci-dessous représente l'équation 2.10. Pour cet exemple, nous avons choisi des valeurs correspondant à peu près aux conditions de notre mesure. En même temps, la courbe d'absorption totale de l'ensemble est représentée. On voit que les deux fréquences  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , que nous avons calculées ci-dessus, ne coïncident pas avec les pics de l'absorption totale.

Si la racine de l'expression A.3.2 tend vers zéro (couplage critique), l'échantillon absorbe le maximum d'énergie à la résonance, de même pour des valeurs négatives du radical (couplage souscritique), c'est-à-dire pour des valeurs de  $\kappa$  inférieures à :

**FIGURE A.7** - Comparaison de la puissance absorbée par l'ensemble cavité-échantillon à celle absorbée par l'échantillon seul



$$(A.3.4) \quad \kappa = \frac{Q_0}{Q_g} + 2 \left( 1 + \frac{1}{\frac{Q_0}{Q_g}} \right)$$

En dessous de cette valeur, l'expression pour  $P_{g_{\max}}/P_{\text{tot}_{\max}}$  devient :

$$(A.3.5) \quad \frac{P_{g_{\max}}}{P_{\text{tot}_{\max}}} = \frac{4 \kappa \left( 1 + \frac{Q_0}{Q_g} \right)}{\left( 2 + \kappa + \frac{Q_0}{Q_g} \right)^2}$$

Les deux équations A.3.3 et A.3.5 sont représentées figure 2.5 (p. 42). On y distingue les deux domaines correspondant au régime de souscouplage et de surcouplage. La limite, le couplage critique, est donnée par l'expression A.3.4.

Pour des valeurs très grandes de  $\kappa$  (couplage très fort entre cavité et échantillon), le maximum de la puissance absorbée par le grenat tend vers :

$$(A.3.6) \quad \lim_{\kappa \rightarrow \infty} \left( \frac{P_{g_{\max}}}{P_{\text{tot}_{\max}}} \right) = \frac{\frac{Q_0}{Q_g}}{1 + \frac{Q_0}{Q_g}}$$

°°°

## B I B L I O G R A P H I E

---

- (<sup>1</sup>) LAX B. - BUTTON K.J.  
Microwave ferrites and ferrimagnetics  
Mc Graw Hill - 1962
- (<sup>2</sup>) WALDRON R.A.  
Ferrites, an introduction for microwave engineers  
van Nostrand Co - 1961
- (<sup>3</sup>) GINZTON E.L.  
Microwave measurements  
Mc Graw Hill - 1957
- (<sup>4</sup>) CASIMIR H.B.G.  
On the theory of electromagnetic waves in resonant cavities  
Philips Res. Rep. 6, pp. 162-182 - 1951
- (<sup>5</sup>) SPENCER E.G. - LE CRAW R.C. - AULT L.A.  
Note on cavity perturbation theory  
J. Appl. Phys. 28 n° 1, pp. 130-132 - 1957
- (<sup>6</sup>) BOUDOURIS G.  
Validité de la méthode de perturbation appliquée aux cavités résonnantes pour la mesure de la perméabilité et de la permittivité des petits échantillons  
Ann. Télécom. 19 n° 3/4, pp. 63-80 - 1964
- (<sup>7</sup>) RODEANU E. - MANDACHE S.  
Limitations at the experimental determination of the tensor susceptibility of ferrites  
Rev. Roum. Phys. 10 n° 6, pp. 663-669 - 1965
- (<sup>8</sup>) FEHER G.  
Sensitivity considerations in microwave parametric resonance absorption techniques  
Bell System Techn. Jl. 36, p. 449 - 1957
- (<sup>9</sup>) BOUTHINON M.  
Etude du couplage cavité électromagnétique-matériau ferrimagnétique. Application aux filtres pour micro-ondes accordables et à bande passante très étroite  
Thèse de Docteur-Ingénieur - E.N.S.E. Grenoble - Juin 1966

- (10) MIKAELYAN A.L. - ANTON'YANTSV Y.A. - TURKOV Yu.G.  
Phenomenon of the mutual coupling of a resonator with a ferrite  
Rad. Eng. and Electron. Phys. 7, p. 235 - 1962
- (11) FAULKNER E.A.  
Microwave circuit design for electron spin resonance spectrometers  
Labor. Practice 13, pp. 1065-1072 - 1964
- (12) FAULKNER E.A.  
Improved circuit for an electron spin resonance spectrometer  
Jl Sci. Instr. 39, p. 135 - 1962
- (13) POOLE Ch.P.  
Electron spin resonance  
Intersc. Publish. WILEY and Sons, p. 528 - 1967
- (14) BERTEAUD A.J. - COURTOIS L. - STANKOFF A.  
Contribution to the study of the linewidth and microwave applica-  
tions of certain magnetic materials  
Intern. Conference on the microwave behaviour of ferrimagnetics and  
Plasmas  
I.E.E. Conf. Public. n° 13, chap. 23
- (15) DESORMIERE B.  
Measurement technique for narrow-linewidth ferrimagnets  
Electron. Letters 2 n° 7, pp. 235-236 - 1966
- (16) BADY I.  
Measurement of linewidth of single crystal ferrites by monitoring  
the reflected wave in short-circuited transmission line  
I.E.E.E. Trans. M.3 n° 3, pp. 521-526 - 1967
- (17) MASTERS J.I. - CAPONE B.R. - GIANINO P.D.  
Measurement technique for narrow linewidth ferrimagnets  
I.R.E. Trans. MTT.8, pp. 565-566 - 1960
- (18) WALKER L.R.  
Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance  
Phys. Rev. 105, p. 390 - 1957
- (19) WALKER L.R.  
Resonant modes of ferromagnetic spheroids  
Jl Appl. Phys. 29, p. 318 - 1958
- (20) DERYUGIN I.A. - DANILOV V.V.  
Effect of crystal defects on the linewidth of ferromagnetic resonance  
in ferrites  
Sov. Phys. Solid State 7 n° 12, p. 2894 - 1966
- (21) JONES G.R.  
Surface dependence of magnetostatic mode linewidths in yttrium  
irongarnet  
J. Appl. Phys. 36 n° 12, p. 3702 - 1965
- (22) SUHL H.  
The nonlinear behaviour of ferrites at high microwave signal levels  
Proc. I.R.E. 44, p. 1270 - 1956

- (23) MONTGOMERY C.G.  
Technique of microwave measurements (M.I.T.)  
Boston Technical Publ. - 1964
- (24) LE CRAW R.C. - SPENCER E.G. - PORTER C.S.  
Ferromagnetic resonance linewidth in yttrium iron garnet crystals  
Phys. Rev. 110 n° 6, pp. 1311-1313 - 1958
- (25) HSÜ YEN-SHÉNG  
A theory of resonant ferrite systems  
Radio Eng. and electronics Phys. 7, p. 403 - 1962
- (26) SPENCER E.G. - LE CRAW R.C. - REGGIA  
Measurement of microwave dielectric constants and tensor permeabilities of ferrite spheres  
Conv. Rec. Instrum. Radio Engrs, Part 8, 3, p. 113 - 1955
- (27) SPENCER E.G. - LE CRAW R.C.  
Wall effects on microwave measurements of ferrite spheres  
Jl Appl. Phys. 26 n° 2, p. 250 - 1955
- (28) WILSON I.G. - SCHRAMM C.W. - KINZER J.P.  
High Q resonant cavities for microwave testing  
Bell System Techn. Jl 25, p. 408 - 1946
- (29) LEIBRECHT K.  
Une méthode précise et rapide de mesure dynamique du facteur de surtension des cavités résonnantes  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Paris - 1961
- (30) BURTON C.H. - LASICH W.B. - NOON J.H. - PARSONS R.W.  
The accurate measurement of the Q of a resonant cavity at 10 Gc/s  
Proc. I.R.E.E. Australia, p. 389 - Juin 1964
- (31) LE CAINE H.  
The Q of a microwave cavity by comparison with a calibrated high-frequency circuit  
Proc. I.R.E. 40 n° 2, p. 155 - 1952
- (32) POUND R.V.  
Electronic frequency stabilisation of microwave oscillators  
Rev. of Scient. Instr. 17 n° 11, p. 490 - 1946
- (33) BOUTHINON M. - COUMES A.  
Stabilisation de fréquence transistorisée pour klystron dans la bande X  
Jl de Phys. 25, suppl. n° 3, p. 41.A - 1964
- (34) BERTAUT F. - FORRAT F.  
Structure of ferrimagnetic ferrites of rare earths  
C.R. 242, p. 382 - 1956
- (35) BOUTHINON M. - HÖFER W.J.R. - MAKRAM H.  
Couplage d'une cavité électromagnétique avec un échantillon de grenat à raie très étroite  
C.R. Acad. Sc. 265, p. 1081 - 1967

(<sup>36</sup>) HÖFER W.J.R.  
Stabilisation de fréquence d'un klystron dans la bande X  
Notice du Laboratoire d'Electromagnétisme  
E.N.S.E.R. - Grenoble - Mars 1968

o o

Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 17 juin 1968

Le Président de la thèse

J. Benoit

VU

Grenoble, le 18 juin 1968.

Le Doyen de la Faculté des Sciences

Allet

VU, et permis d'imprimer,

Le Recteur de l'Académie de Grenoble

M...